

チューリング反応拡散系を模擬するアナログCMOS回路の設計

Designing the analog CMOS circuit implementing Turing's reaction-diffusion model

大黒 高寛, 浅井 哲也, 雨宮 好仁

Daikoku Takahiro, Asai Tetsuya, Amemiya Yoshihito

北海道大学 工学部

Department of Electrical Engineering, Hokkaido University

1. はじめに

チューリング反応拡散系と類似の動作を行う CMOS LSI の構成法を先に提案した (末尾文献)。この LSI は 2 種類の単位回路-反応セルと拡散セル-をチップ上に集積したものである。反応セルで化学振動を模擬し、拡散セルで物質拡散を模擬する。本稿では、反応セル動作の分岐特性を解析して回路パラメータの設計方針を明らかにした。

2. 反応セルの構成と動作

反応セル回路を図 1 に示す。差動回路 4 個 (D1~D4) とキャパシタ C および電流源からなる。差動電圧 u と v を活性因子と抑制因子の濃度に対応させる。両方の因子がそれぞれ自分と相手の生成速度を制御する動作を 4 個の差動回路で模擬する。電圧 u と v の速度方程式は図 2 で表される。なお差動回路の伝達特性 $F_i(x)$ は小振幅領域で線形、大振幅では飽和特性である (図 3-実線)。

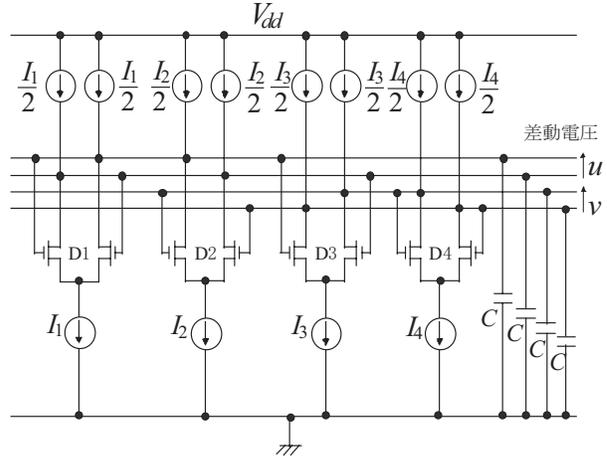


図1 反応セル回路の構成

3. 安定性の解析

反応セル回路の動作 (分岐特性) を解析するにあたり、簡単化のために下記 (1)-(3) の仮定をおいた。

(1) 差動回路のトランジスタ利得係数はすべて同じ。

すなわち $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$ とする。

(2) 差動回路の伝達特性を折線で近似 (図 3-点線)。

(3) 電流源の電流値を次のように設定: $I_1 = I_3$,

$I_2 = b^2 I_1$, $I_4 = d^2 I_1$ (b と d は制御パラメータ)。

この仮定のもとに電圧 u と v のヌルラインを描いて反応セルの動作を解析した。

$$\begin{cases} C \frac{du}{dt} = F_1(u) - F_2(v) & F_i(x) \text{ は } i \text{ 番目の差動回路 } D_i \text{ の伝達特性} \\ C \frac{dv}{dt} = F_3(u) - F_4(v) & F_i(x) = \sqrt{\beta_i I_i} x \sqrt{1 - \frac{\beta_i}{4I_i} x^2} \quad \left(|x| \leq \sqrt{\frac{2I_i}{\beta_i}} \right) \\ & F_i(x) = I_i \quad \left(x > \sqrt{\frac{2I_i}{\beta_i}} \right), \quad F_i(x) = -I_i \quad \left(x < -\sqrt{\frac{2I_i}{\beta_i}} \right) \end{cases}$$

β_i : 差動回路 D_i のトランジスタの利得係数

図2 反応回路のダイナミクス

4. 回路動作の分岐図

以上のようにして求めた反応セルの分岐図を図 4 に示す。制御パラメータ b と d の値によりセル回路は様々な動作モードをとる。図の領域 C では回路動作が小振幅領域で振動発散、大振幅領域で振動収束となり、そのため電圧 u と v は小振幅-大振幅の境界でリミットサイクルを描く。なお、この分岐図は電圧 u と v の値に制限がないときのものである。実際には u と v の大きさは回路の電源電圧 V_{dd} を越えることができない。したがって、図中の領域 D (単調発散) と領域 E (振動発散) では実際の回路は次のように動作する。

領域 D u と v が $\pm V_{dd}$ 付近に達して停止

領域 E 大振幅リミットサイクルを描く

5. チューリングパターンの発生

この反応セル回路を拡散セル回路 (文献) と交互に接続することで電子的なチューリング反応拡散系を構成できる。その場合、反応セル回路の制御パラメータを図 4 の安定領域上 (たとえば P 点) に設定する。拡散の効果加わると、反応セル回路の制御状態が変化して等価的に図のような曲線 (たとえば P-Q1) の上に移る。拡散定数比を増加させると曲線が発散領域に掛かるようになり (図中の R 点)、そこでチューリング分岐が生じて空間的な周期構造 (チューリングパターン) が発生する。

【文献】大黒, 他: 信学技報 NLP2001-131 (2002)。

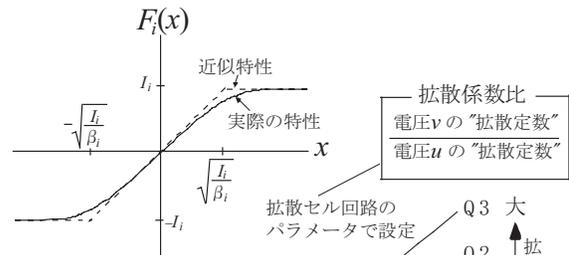


図3 差動増幅器の伝達特性

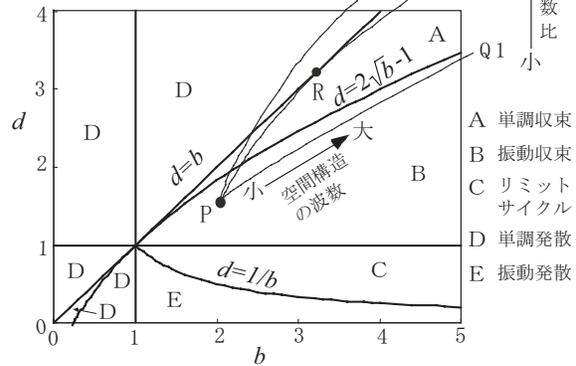


図4 反応セル動作の分岐図