

空間ばらつきを持つ受容野モデルにおける確率共鳴の理論解析

Theoretical analysis of collective stochastic resonance with population heterogeneity

佐橋 透 (Tohru Sahashi)

宇田川 玲 (Akira Utagawa)

浅井 哲也 (Tetsuya Asai)

雨宮 好仁 (Yoshihito Amemiya)

北海道大学 大学院情報科学研究科 (Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University)

1 はじめに

近年、確率共鳴を用いた微弱信号の検出システムに関する研究が行われている。確率共鳴システムをイメージセンサに適用することで、比較的簡単に暗画像を撮像できる可能性がある。しかし、確率共鳴によって暗画像だけでなく「フォトセンサの暗電流バラツキ」も検出されてしまう。この問題の解決のため、バラツキや雑音に高い耐性を持つと考えられている生物の視覚情報処理系に着目した。著者は過去に、ネコの視覚系における確率共鳴現象 [1] に動機づけられて、バラツキのあるフォトレセプターを含んだ視覚系の集成的確率共鳴モデルを提案した [2]。数値シミュレーションにより、1) レセプターにバラツキがある場合、受容野を広げることでバラツキの影響を抑制できること、2) 入出力画像の最大相関値を決める「最適な受容野サイズ」が存在することを示した [2]。本報告では、理論解析により最適な受容野サイズが存在することを示す。

2 理論解析

図 1 に先に提案した受容野モデル [2] を示す。位置 i における入力光 x_i を、ばらつき δ_i ($x_i: [-\sigma_v : \sigma_v]$ の一様分布) を持つフォトセンサに入力する。しきい素子の入力 R_i は、フォトセンサの出力 $x_i + \delta_i$ を分散 σ_{RF} のガウス確率分布関数 G_i で畳み込んだものである。分散の大きさ σ_{RF} が受容野の大きさに対応する。しきい素子の出力 V_i は、 $H(R_i - \theta + \xi_i(t))$ とする ($H(\cdot)$: ステップ関数、 θ : 素子のしきい値、 $\xi_i(t)$: 雑音)。最終段のセル出力 y_i は、 V_i と同じ分散 (σ_{RF}) のガウス分布関数 G_i で畳み込んだものである。我々はこのモデルを用いて、 y_i の時間平均値 \bar{y}_i と x_i の相関係数 C を計算し、バラツキがあるとき、 C が最大となる最適な σ_{RF} が存在することを数値的に示した [2]。

モデルの理論解析を容易にするために、相関係数ではなく二乗誤差により上記の性質を証明する。まず、バラツキによって生じる入出力画像の誤差を計算する。一つのフォトセンサの出力が一つのしきい素子に加わる場合、二乗誤差 E は $\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \bar{y}_i)^2 / N$ (N : しきい素子の数) により計算できる。最適強度の雑音を与えられているとき、 $\bar{y}_i \approx x_i + \delta_i$ となるので、 $E \approx \sum_{i=0}^{N-1} \delta_i^2 / N$ となる。ここで受容野の効果を考えると、誤差はバラツキ δ_i と二つの G_i との畳み込みを使って計算できるため、

$$E_d = \frac{\sigma_v^2}{4N\sigma_{RF}^2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^{N/4} \left(\text{erf}^{-1} \left(\frac{4}{N} i \right) \right)^2$$

が得られる。

次に受容野によって生じる x_i と y_i の誤差 E_b を計算する。 \bar{y}_i は x_i と二つの G_i との畳み込みの総和で表現でき

るので、

$$E_b = \frac{A^2}{2N} \sum_{i=0}^{N/2} \left(1 - \text{erf} \left(\frac{i - N/2}{2\sigma_{RF}} \right) \right)^2$$

を得る。ここで、 A は入力振幅である。したがって、合計誤差は $E = E_d + E_e$ により求められる。

理論およびシミュレーションにより得られた E の結果を図 2 に示す ($\sigma_v = 0.2$, $A = 0.3$, $N = 500$)。黒丸がシミュレーション結果、実線が理論値である。理論値から、受容野が小さい時はバラツキによって生じる誤差 E_d が支配的になり、受容野が大きい時は受容野によって生じる E_b が支配的になることがわかった。以上より、入出力画像の誤差を最小にする「雑音強度と受容野サイズの最適値」の存在が理論的に確認できた。

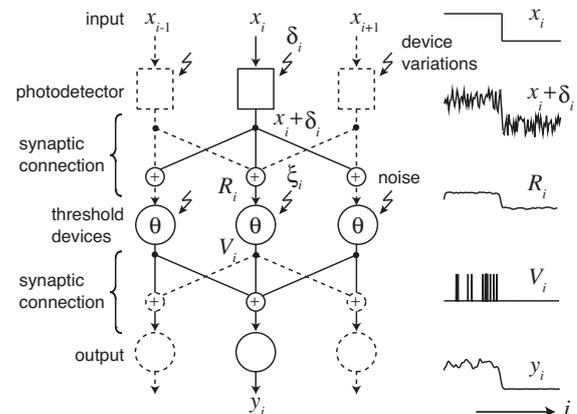


Fig. 1 model

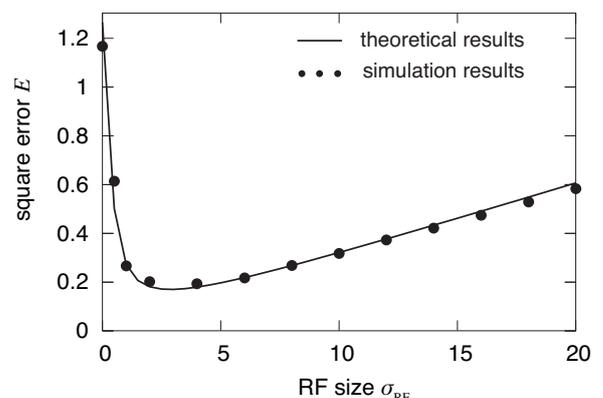


Fig. 2 simulation result

References

- [1] K. Funke et al., *European J. Neurosci.*, **5**, 2007.
- [2] A. Utagawa et al., *Proc. NOLTA2008*, 124-127.