

# 擬似ダフィン系のアナログ電子回路におけるカオス共鳴

Chaotic Resonance in an Analog Electronic Circuit implementing a Pseudo Duffing System

石村 憲意<sup>1</sup>  
Kazuyoshi Ishimura

宇田川 玲<sup>2</sup>  
Akira Utagawa

浅井 哲也<sup>2</sup>  
Tetsuya Asai

雨宮 好仁<sup>2</sup>  
Yoshihito Amemiya

東京電機大学 大学院工学研究科 電気電子工学専攻<sup>1</sup>  
Graduate School of Engineering, Tokyo Denki University

北海道大学 大学院情報科学研究科<sup>2</sup>  
Graduate School of IST, Hokkaido University

## 1 まえがき

確率共鳴を起こすためには外力となる雑音源が必要であるが、近年、カオス系が自ら生み出すゆらぎを雑音源とする「カオス共鳴」とよばれる現象が注目されている。本稿では「二重井戸を持つ古典的な確率共鳴系」の回路モデルをもとに「外力により駆動される二つのアトラクタを持つ擬似ダフィン系」(ダフィン系を電子回路向けに変形したもの)を提案し、電子回路化した擬似ダフィン系におけるカオス共鳴現象の観測・評価を行う。

## 2 擬似ダフィン系とその電子回路実装

提案する擬似ダフィン系のダイナミクスは

$$\tau \dot{x} = y, \quad (1)$$

$$\tau \dot{y} = -x + a \operatorname{sgn}(x - y) + A \sin(2\pi ft), \quad (2)$$

である。式(2)の右辺第一項と第二項が、二変数ダフィン系における負性抵抗項 ( $-y + x - x^3$ )、第三項が外力に相当する。ヌルラインの形状はダフィン系のそれと質的に同じである。ダンピングのないダフィン系と同様、この系はハミルトン系であり、そのハミルトニアンは

$$H(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \begin{cases} -ax & (x > y) \\ +ax & (x < y) \end{cases},$$

である。式(1)、(2)を回路化したものを図1に示す( $x, y, a, A$ を電圧として設計、 $\tau = CR, a = R \cdot V_{dd}/r$ )。

## 3 測定結果と評価

図1の回路を試作した ( $V_{dd} = 5 \text{ V}, A = 0.5 \text{ V}_{pp}, R = 1 \text{ M}\Omega, r = 5 \text{ M}\Omega, C = 0.0047 \mu\text{F}$ , オペアンプは LMC6482IN)。外力の周波数  $f$  を 15 Hz に固定し、 $x$  の初期値のみを変化させたときの回路の応答を図2(a)-(d)に示す。この条件では、領域0から1(または1から0)へ状態を遷移させるだけのゆらぎ(カオス)が発生せず、図中の領域0または領域1のどちらか一方に  $x$  がトラップされた。図2(e)-(f)に  $f = 33 \text{ Hz}$  とした場合の回路の応答を示す。この条件では、系に発生したゆらぎによって領域0から1(およびその逆)に状態が確率的に遷移した。周波数  $f$  をスイープさせたときの  $x$  の分岐の様子 ( $y = 0$  かつ  $\dot{y} < 0$  における  $x$  の値をプロットしたもの)を図3に示す。おおよそ  $f = 29 \sim 33 \text{ Hz}$  の範囲でカオスが発生し、カオス共鳴が起こった。共鳴領域の  $\operatorname{sgn}(x - y)$  の SNR を図4に示す。SNR の値はおおよそ 10 dB ~ 18 dB 程度であった(非共鳴時は 0 dB)。以上より、古典的な確率共鳴系と同質の共鳴現象(雑音源を利用しないカオス共鳴)が確認できた。

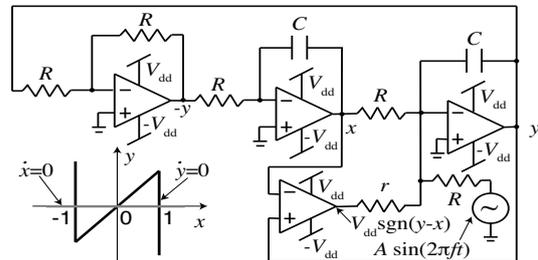


図1 擬似ダフィン系のアナログ電子回路。

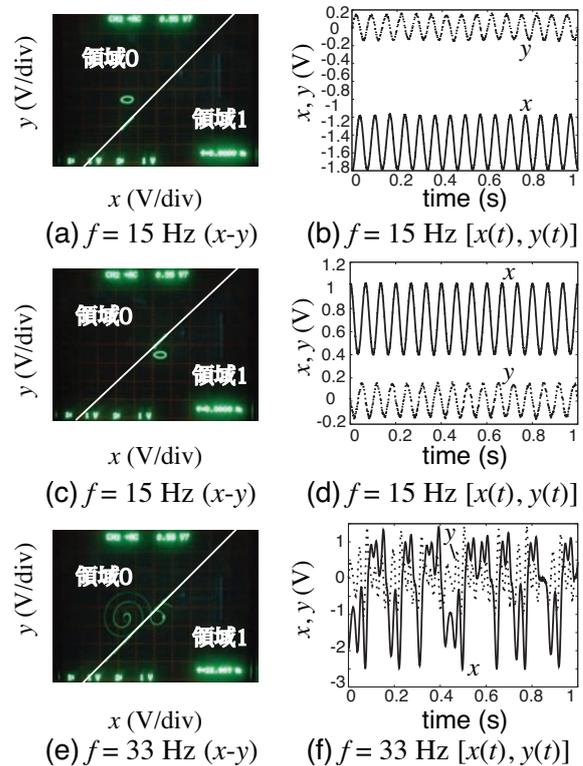


図2 実験結果: 位相平面 ( $x-y$ ) と時系列 [ $x(t), y(t)$ ].

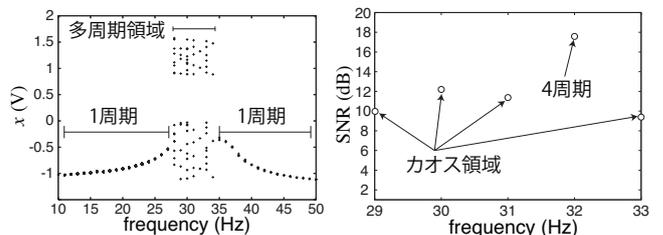


図3 分岐図(分岐パラメータは周波数) . 図4 カオス共鳴領域 ( $f = 29 \sim 33 \text{ Hz}$ ) の SNR.