

# メモリスタを拡散結合に用いた興奮場モデルの数値解析

Numerical Simulations of Excitable Medium with Memristive Coupling

宮曦媛  
Xiyuan Gong

浅井哲也  
Tetsuya Asai

本村真人  
Masato Motomura

北海道大学大学院情報科学研究科  
Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

## 1 まえがき

反応拡散系の拡散定数が系の時空間パターンにより変化するような系の振舞いに興味がある。本稿では、興奮波が伝搬する一次元の反応拡散系（オレゴネータの結合系）の拡散定数が濃度勾配に応じて局所的に変化するような系における興奮波の伝搬特性について調べた。

## 2 モデルの動作

オレゴネータを用いた一次元の反応拡散モデルを

$$\frac{\partial u(x)}{\partial t} = g\nabla^2 u(x) + f_u[u(x), v(x)], \quad (1)$$

$$\frac{\partial v(x)}{\partial t} = f_v[u(x), v(x)] \quad (2)$$

で表す。ここで、 $g$  は拡散定数、 $f_u(\cdot)$  と  $f_v(\cdot)$  はオレゴネータの反応項、 $u(x), v(x)$  は空間位置  $x$  における濃度を表す。通常の反応拡散モデルの  $g$  は定数であるが、我々は  $g$  が濃度勾配  $u(x)$  に応じて局所的に変化するような系に興味がある。その研究の第一歩として、(1) を空間離散化し、 $g$  が局所的に変化する以下のモデル

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{g(w_i^l)(u_{i-1} - u_i) + g(w_i^r)(u_{i+1} - u_i)}{\Delta x^2} + f_u(\cdot) \quad (3)$$

を用いることにした。ここで、 $i$  は空間位置のインデックス、 $\Delta x$  は空間幅、 $g(w_i^{l,r})$  は

$$g(w_i^{l,r}) = g_{min} + (g_{max} - g_{min}) \cdot \frac{1}{1 + e^{-\beta w_i^{l,r}}} \quad (4)$$

で表される結合強度関数である。ここで、 $\beta$  はゲイン、 $g_{min}, g_{max}$  はそれぞれ最小および最大の結合強度、 $w_i^{l,r}$  は  $i$  番目のオレゴネータの右側 ( $l$ ) と左側 ( $r$ ) の拡散結合強度を決める変数であり、それらのダイナミクスは

$$\tau \frac{dw_i^{l,r}}{dt} = g(w_i^{l,r}) \cdot (u_{i-1,i+1} - u_i) \quad (5)$$

に従うものとする。このモデルは、図1に示すメモリスタを用いて、アナログ電子回路化したオレゴネータの変数  $u_i$  間を拡散結合したものに相当する (図2)。

## 3 シミュレーション結果

100個の興奮モードのオレゴネータを用いて数値計算を行った。通常のオレゴネータ反応拡散系における興奮波の伝搬の様子を図3(a)に示す。図中の右端と左端に刺激を与えると、興奮波が図の中央に向かって伝搬し、中央で衝突する (その後、興奮波は消滅する)。メモリスタを用いた系では、興奮波の進行方向と通過回数に

じて結合強度が局所的に変化するため、図3(a)とは異なる結果が得られるはずである。

今回のモデルにおける興奮波の伝搬の様子を図3(b)に示す。右方向に伝搬する興奮波と左方向に伝搬する興奮波の速度が異なり、図の中央 (点線部) よりも右側で興奮波が衝突することがわかった (興奮波の進行方向依存性)。これは、右方向に伝搬する興奮波がその位置におけるメモリスタの  $w_i^{l,r}$  を増加させ、左方向の興奮波が  $w_i^{l,r}$  を減少させる (図1の極性による) のものであると考えられる。今後、興奮波の通過回数依存性、およびランダムな極性を持つ一次元および二次元のメモリスタ反応拡散系の挙動についても調べる予定である。

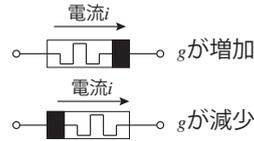


図1 メモリスタ

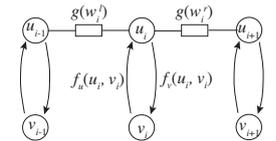
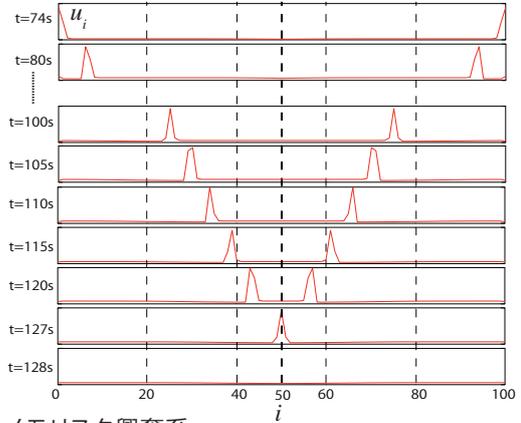


図2 等価電子回路

### (a) オレゴネータを用いた通常の興奮系



### (b) メモリスタ興奮系

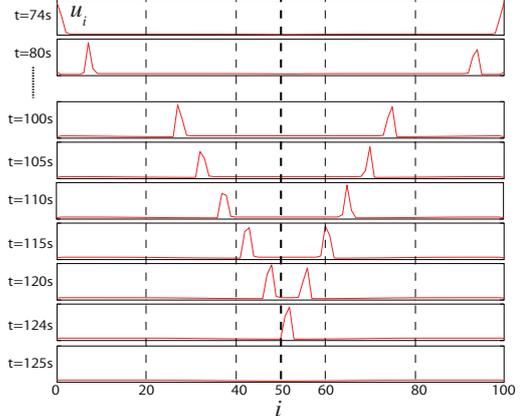


図3 興奮波の伝搬の様子 (縦軸: 時間, 横軸: 空間)