

Chuaのダブルスクロール系におけるカオス共鳴

Chaotic resonance in Chua's double scroll system

石村 憲意¹ 浅井 哲也¹ 本村 真人¹
Kazuyoshi Ishimura Tetsuya Asai Masato Motomura

北海道大学大学院情報科学研究科¹
Graduate School of Information Science & Technology, Hokkaido University

1 まえがき

確率共鳴を起こす為には信号の他に外部から雑音を印加する必要がある。一方で、近年、二つのアトラクタを持つカオス系が内在するゆらぎを雑音源として利用する、カオス共鳴が注目されている。本稿ではChuaのダブルスクロール系におけるカオス共鳴をシミュレーションにより確認した。

2 ダブルスクロール系

ダブルスクロールアトラクタは松本やChuaらが考案したChua回路で観測される。モデルのダイナミクスは

$$\begin{aligned}\dot{x} &= c_1(y - x - g(x)) \\ \dot{y} &= c_2(x - y + z) \\ \dot{z} &= -c_3y\end{aligned}\quad (1)$$

で表される。ここで、 $g(x)$ は負性抵抗を表す関数であり

$$g(x) = m_1x + \frac{m_0 - m_1}{2}(|x + 1| - |x - 1|) \quad (2)$$

と表される。この系は二つのアトラクタを持ち、この系の状態(0または1)をアトラクタの位置で表す事にする。

3 シミュレーション

本稿ではカオス共鳴を確認する為にダブルスクロール系の z のダイナミクスに外力項 $A\cos(2\pi ft)$ を追加した。その他のパラメータは $c_1 = 15.6$, $c_2 = 1$, $c_3 = 33$, $m_0 = -8/7$, $m_1 = -5/7$ とした。これらのパラメータで、入力が無い場合($A = 0$)では、初期値によって二つのアトラクタのどちらかに軌道がトラップされた。次に、外力の信号強度を $A = 2.3$ で固定し、周波数 f を変化させた場合のシミュレーション結果を示す。まず、外力の周波数が0.01Hzの時の応答を図1(a)-(d)に示す。この時は初期値によって二つのアトラクタのどちらか一方に軌道がトラップされた。つまり、外力の強度は状態が遷移しない程度であることがわかる。次に、外力の周波数を上げていき、0.02Hzの時の応答を図1(e)(f)に示す。ここで振る舞いが一変して、外力の周波数パラメータと系の持つゆらぎが共鳴することにより状態が遷移するようになった。図1(f)より、外力が大きい(または小さい)時は x が正(または負)の領域に確率的に遷移することがわかった。この遷移は、外力の大きさに誘引されるのではなく、外力の周波数によって系が十分なゆらぎを発生する事によって確率的に起こるものと考えられる。このような、周波数による振る舞いの変化の

様子を図2に示す。周波数が0.015 Hzよりも高くなると、系の状態が遷移する(二つのアトラクタ間を遷移する)事がわかった。最後に x のパワースペクトルを計算した($f=0.018$ Hz)。この外力の周波数におけるSNRはおおよそ30 dB程度であった。つまり、この周波数において強いカオス共鳴が起きており、通常の二重井戸型ポテンシャルを持つ確率共鳴のピークSNRとほぼ同じ大きさのSNRが得られる事がわかった。今回の研究ではシミュレーション上でダブルスクロール系によるカオス共鳴を確認した。今後、アナログ回路実装を行い、カオス共鳴の観測を行う予定である。

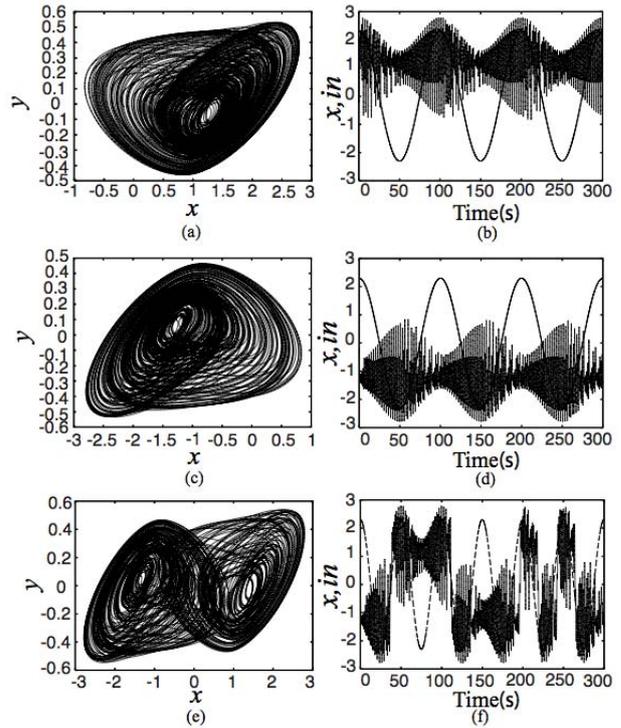


図1 位相平面(a),(c),(e)と時系列波形(b),(d),(f)

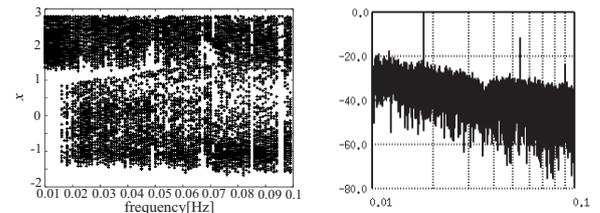


図2 周波数をパラメータとした分岐図 図3 x のパワースペクトル($f=0.018$ Hz)