

外力を受けるチュア発振回路におけるカオス共鳴

Chaotic Resonance in Forced Chua's Oscillator

石村 憲意
Kazuyoshi Ishimura

浅井 哲也
Tetsuya Asai

本村 真人
Masato Motomura

北海道大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

1 まえがき

確率共鳴を起こす為には、外部から雑音源を印加する必要がある。一方、確率共鳴における熱雑音の役割を、二つのアトラクタを持つカオス系に内在するゆらぎが担う「カオス共鳴」が近年注目されてきている。本稿では、外力を加えた Chua 回路を個別部品で実装し、カオス共鳴の観測を行った。

2 外力を受けるチュア発振回路

Chua 回路は二つのアトラクタを持つ。回路パラメータを調整する事でこれらが融合して、二つのアトラクタ間を遷移するダブルスクロール・アトラクタになる。周期外力 ($A \sin(2\pi ft)$) を受ける Chua 回路を図 1 に示す。その回路方程式は

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} + xA \sin(2\pi ft) \end{aligned}$$

で表される。

3 回路実測

図 1 の回路パラメータを $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, $L = 20 \text{ mH}$, $G = R^{-1}$ ($R = 1.56 \text{ k}\Omega$), 外力の振幅を $A = 0.015$ に設定した。また、負性抵抗 N_R はオペアンプを用いて構成した。

周期外力の周波数 (f) をパラメータとして変化させていった時の様子を図 2(a)–(d) に示す。図 2(a), (c) は $v_{C_1} - v_{C_2}$ の位相平面であり、図 2(b), (d) は周期外力 ($A \sin(2\pi ft)$) と v_{C_1} の時系列波形を示す。周期外力の周波数 f が低いときにはアトラクタの遷移を観測出来なかった (図 2(a), (b)) ($f = 40 \text{ Hz}$)。この時は初期値によって二つのアトラクタのどちらか一方にトラップされる。さらに周波数を上げていき、140 Hz の時の回路の応答を図 2(c), (d) に示す。ここでは図 2(a), (b) の時とは異なる挙動を示し、二つのアトラクタが融合して二領域間を遷移するようになる (図 2(c))。図 2(d) の時系列データからも、出力信号 v_{C_1} が外力に追従して確率的に遷移している様子を確認出来る。外力の強度ではなく、周波数と系のゆらぎが重なる事で状態が確率的に遷移している。これはカオス共鳴が起きたためと考えられる。

4 まとめ

カオス共鳴現象を観測する為には、Chua 回路に強制外力を、その強度のみで遷移が生じない程度に加えて実験を行った。周期外力の周波数を変化させていくと、低い周波数では遷移が起こらず、徐々に上げていくと遷移が生じるようになった。このときの時系列波形を見ると、確率共鳴の場合と同様に外力に追従するようにノイズが重畳した出力波形が観測された。さらに周波数を高くすると再び一方のアトラクタにトラップされ、遷移が起きなくなった。ここで、横軸を周波数、縦軸を SNR としてデータをプロットすると確率共鳴曲線に似た特性が得られている。そこで今後は、SNR のようなカオス共鳴の度合いと、カオスが生み出すゆらぎの強さとの関係について解析を進めていく予定である。

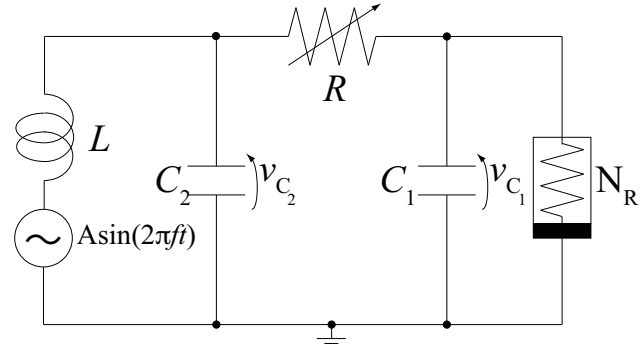


図 1 外力を受ける Chua 回路

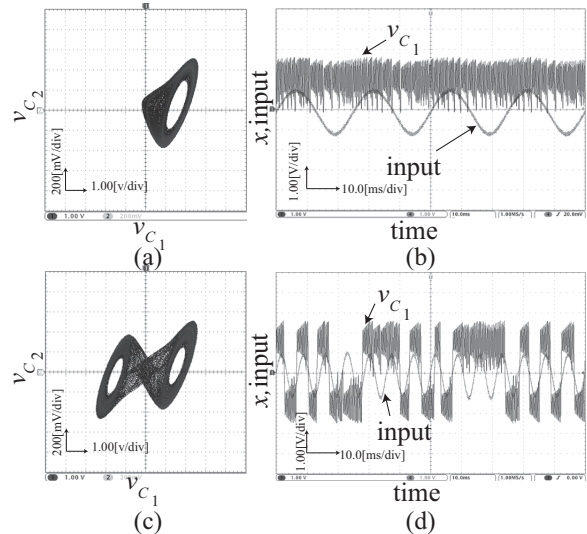


図 2 観測結果: 位相平面 (a), (c) と時系列波形 (b), (d)