

# 単電子回路による多値ホップフィールドネットワーク

大矢 剛嗣 山田 崇史 浅井 哲也 雨宮 好仁

北海道大学工学部 電子工学科  
〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目  
E-mail: ooya@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp

あらまし 単電子回路を用いた多値ホップフィールドネットワークの構成法を提案する。単電子回路はトンネル効果による電子輸送とクーロンブロック現象を利用した電子回路である。通常の電子回路と異なり、本質的に離散的かつ量子化された伝達特性を示す。したがって単電子回路を用いると、多値ホップフィールドネットワークを構成するためのニューロンデバイスを簡単に構成することができる。ここでは始めに階段形の伝達関数をもつ単電子多値ニューロン回路を提案する。次に、このニューロン回路を組み合わせた多値ホップフィールドネットワークの構成法を提案する。次いで簡単な整数組み合わせ問題を例にとって多値ホップフィールドネットワークの具体例を設計する。そのネットワークの求解動作をシミュレーションにより解析し、ネットワークが問題の解を表す最小エネルギー状態に正しく収束することを示す。

キーワード ホップフィールドネットワーク, 組合せ最適化問題, 単電子回路, 多値論理

## Multiple Valued Hopfield Network Using Single-Electron Circuits

Takahide OYA, Takashi YAMADA, Tetusya ASAI, and Yoshihito AMEMIYA

Department of Electrical Engineering, Hokkaido University Kita 13, Nishi 8, Kita-ku, Sapporo,  
060-8628, Japan

E-mail: ooya@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp

**Abstract** We propose the method of implementing the multiple-valued Hopfield network on electronic circuits using the single-electron circuit technology. The single-electron circuit shows quantized behavior in its operation owing to the Coulomb blockade effect in electron tunneling, so the operation of the multiple-valued Hopfield network can be implemented easily by the use of single-electron circuits. We propose a single-electron neuron circuit that can produce a staircase transfer function required for the multiple-valued neuron, and also proposes a method of constructing multiple-valued Hopfield networks by combining the neuron circuits. We design a sample network that implements a problem instance of the quadratic integer optimization. It is shown, by computer simulation, that the sample network can converge to the minimum energy state that represents the correct solution to the problem.

**Key words** Hopfield network, Combinatorial optimization problem, Single-electron tunneling, Multiple-valued logic

### 1. はじめに

整数組み合わせ問題を相互結合形ニューラルネットワーク(ホップフィールドネットワーク)で解く場合に、出力が量子化された多値ニューロンを使うとネットワーク規模を小さくできる。しかし通常の電子回路(CMOSデバイス)で多値ニュー

ロンをつくらうとすると、回路規模が膨大になって実現が難しい。ここでは量子デバイス回路の一種である単電子回路を用いて多値ニューロンをコンパクトに構成する方法を提案する。この多値ニューロン回路では、出力ノードに蓄積される電子の個数を整数変数の値に対応させる。多値ニューロン回路を組み合わせたホップフィールドネットワークの動作をシミュレーシ

ンにより解析し、ネットワークが整数組み合わせ問題の解を表す最小エネルギー状態に正しく収束することを示した。

## 2. 単電子回路とは

単電子回路は、個々の電子の移動を制御するように設計された電子回路である。微細なトンネル接合とキャパシタで構成される。単電子回路にはトンネル接合で囲まれたノードが多数ある。電子はトンネル効果によりトンネル接合を通してノード間を移動する。回路の状態は各ノードに存在する過剰電子の数で決まる。入力電圧を変えれば電子トンネルが生じて回路の状態が変化し、それに応じて出力電圧も変化する。このとき、十分に低い温度では、回路の自由エネルギーが減少するように電子のトンネルが起こる。この現象をクーロンブロッケードという。クーロンブロッケード現象があると、回路パラメータを適切に設計することで個々の電子の移動を制御できる。それを利用して論理回路やメモリなどの様々な機能の回路をつくることができる。

## 3. ホップフィールドネットワークによる組合せ最適化問題の求解

図中の記号は次のパラメータを示す： $W_{ij}$  はニューロン  $j$  からニューロン  $i$  への結合重み； $\theta_i$  はバイアス（ニューロン出力の1と同値）からニューロン  $i$  への結合重み； $x_i$  はニューロン  $i$  の出力 ( $x_i = 1$  または  $0$ )。結合重み  $W_{ij}$  と  $\theta_i$  は任意の正負数値に設定できるとする。ただし  $W_{ij} = W_{ji}$  かつ  $W_{ii} = 0$  とする。現在発生しているニューロン出力の組 ( $x_1, x_2, x_3, \dots$ ) をネットワークの状態と呼ぶ。

このネットワークは次のように動作する。ニューロン  $i$  には下式のような入力の重み付き総和  $s_i$  が入力される。

$$s_i = \sum_j W_{ij} x_j + \theta_i \quad (1)$$

各ニューロンは適切な伝達関数（後述）に従って出力  $x_i$  を発生する。その出力が各ニューロンの入力に帰還されるので、すべてのニューロンがネットワーク上で相互作用しながら出力を変えていく。最後にネットワークは安定状態に収束する。

ニューロン伝達関数の形と結合重みの値を選ぶことで、与えられた組合せ最適化問題をネットワーク上に「載せる」ことができる。問題を解くときには、ネットワークに任意の初期状態を与えて放置する。そうするとネットワークは一連の状態遷移を経て安定状態に収束する。その最終状態を調べることで組合せ最適化問題の解を知ることができる。<sup>(注1)</sup>

一例として、次の2次計画問題を考える。

(問題)

係数  $A_{ij}$  と  $B_i$  の組が与えられている ( $A_{ij} = A_{ji}$ ,  $A_{ii} = 0$ ;  $i, j = 1, 2, \dots, n$ )。このとき次の目標関数を最小にする変数  $x_i$

(注1): 厳密に言うと、正しい解を表す状態にネットワークが必ず収束するとは限らない。組合せ最適化問題の目標関数はローカルミニマムを持つことが多いからである。ローカルミニマムを避けてネットワークを最適状態に収束させるために、いろいろ巧みな駆動方法が使われている。

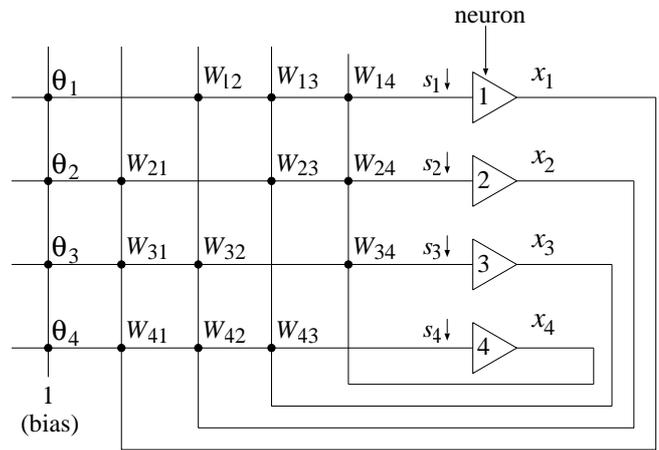


図1 ホップフィールドネットワークの構造

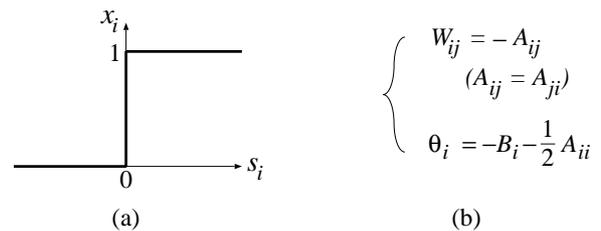


図2 2値ホップフィールドネットワークの構成要素  
(a) ニューロンの伝達特性 (b) 結合重み

の組を求めよ。

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j A_{ij} x_i x_j + \sum_i B_i x_i \quad (2)$$

この問題をホップフィールドネットワークで解くときには、各ニューロンの出力が変数  $x_i$  の値を表すようにネットワークを構成する。ニューロンの出力が0か1の2値ならば、ネットワークが扱える組合せ最適化問題は0-1計画問題（つまり  $x_i \in \{0, 1\}$ ）に限られる。このときは  $x_i^2 = x_i$  より2次項を消去できるから(2)は次のような多重1次形式に変形できる。

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_{j(j \neq i)} A_{ij} x_i x_j + \sum_i \left( B_i + \frac{A_{ii}}{2} \right) x_i \quad (3)$$

この0-1計画問題をホップフィールドネットワークで解くときには、図2(a)のニューロン伝達関数と図2(b)の結合重みを使えばよいことがわかっている[1],[2]。問題の解（目標関数を最小にする変数  $x_i$  の値）は収束状態のニューロン出力と等しい。ホップフィールドネットワークは「相互結合形の帰還ネットワークを使って組合せ最適化問題を解く」という計算モデルである[1],[2]。ホップフィールドネットワークの構成を図1に示す。ニューロンと重み結合でネットワークをつくる。各ニューロンは入力値に応じて1か0を出力する。その出力をフィードバックさせて他のニューロンの入力とする。

## 4. 多値ホップフィールドネットワークによる整数計画問題の求解

上式(2)の問題において、変数  $x_i$  が(0-1ではなく)0から

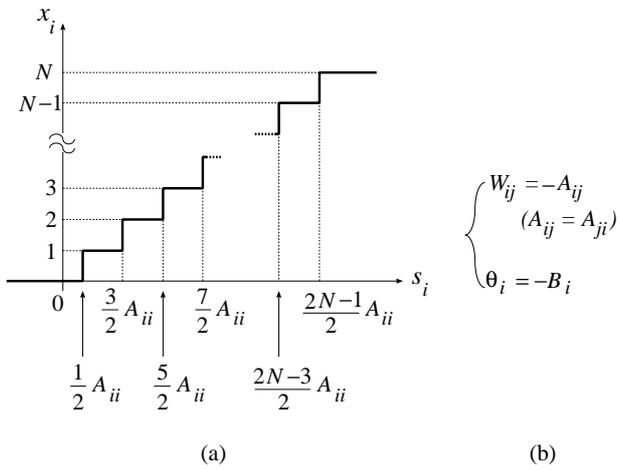


図3 多値ホップフィールドネットワークの構成要素  
(a) ニューロンの伝達特性 (b) 結合重み

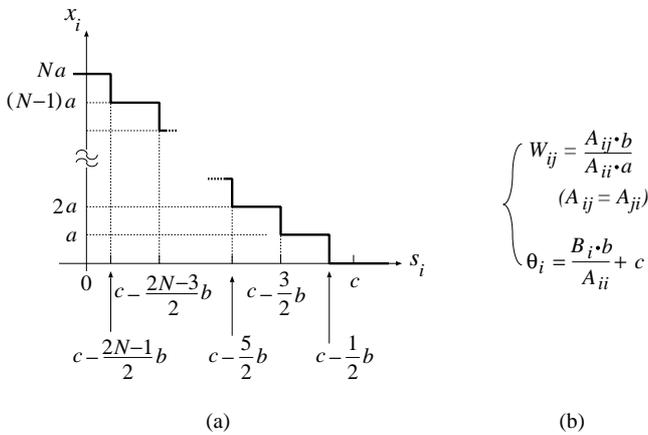


図4 多値ホップフィールドネットワークの構成要素の別例  
(a) ニューロンの伝達特性 (b) 結合重み

$N$  までの整数をとれるものとする。つまり次のような2次整数計画問題を考える。

(問題)

次の目標関数を最小にする変数  $x_i$  の組を求めよ。

$$\frac{1}{2} \sum_i^n \sum_j^n A_{ij} x_i x_j + \sum_i^n B_i x_i \quad (4)$$

ただし  $x_i \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

この問題は通常のホップフィールドネットワークでは扱うことができない。何らかの改良された計算モデルが必要となる<sup>(注2)</sup>。

多値ホップフィールドネットワークの構造は通常のホップフィールドネットワークと同じである(図1)。重みの条件  $W_{ij} = W_{ji}$  と  $W_{ii} = 0$  も変わらない。相違はニューロンの動作にある。多値ホップフィールドネットワークではニューロン

(注2): 厳密に言えば通常のホップフィールドネットワークでも(4)の整数計画問題を解くことは可能である。ただし多数のニューロンを必要とするのでハードウェア化には向かない。

の伝達特性として「量子化された階段状の関数」が必要である。その特性を図3(a)に示す。(ニューロン  $i$  に必要な伝達特性の形は解くべき問題の係数  $A_{ii}$  の符号によって異なる。図は  $A_{ii} > 0$  の場合。 $A_{ii} < 0$  と  $A_{ii} = 0$  のときに必要な特性は単純なしきい関数であるがここでは省略。)式(4)の2次整数計画問題を解くときには、図3(a)の伝達関数と図3(b)の結合重みを使えばよいことが証明されている[3],[4]。問題の解(目標関数を最小にする変数の値)は収束状態のニューロン出力と等しい。

なおネットワークを最適解に速く収束させるためには、ニューロンが「逐次的」に動作することが好ましい。逐次的な動作とは、ニューロン出力が伝達関数の1ステップごとに順を追って変化する、ということである。すなわち、図3(a)でたとえば入力  $s_i$  が0から  $3A_{ii}$  にステップ変化したとき、出力  $x_i$  は0から(直ちに3ではなく)1と2を順に経て3になることが好ましい。

多値ホップフィールドネットワークの回路化を行うための準備として、図3(a)の代わりに図4(a)のような特性のニューロンを考える(図中の  $a, b, c$  は特性の形を表す係数)。このニューロンでも多値ホップフィールドネットワークの構成が可能である。そのときには図4(b)の結合重みを使えばよい。

### 5. 単電子回路による多値ニューロンデバイス

階段状の伝達特性を持つニューロンを多値ニューロンと呼ぶ。多値ニューロンをCMOSで回路化しようとする、規模が膨大になって多数を集積できない。しいて構成するならば、図5のように複数の比較器/ゲート/MOSスイッチ/基準電圧源を要して回路規模が大きくなる。ニューロン動作を逐次的にするためにはさらに余分の付加回路を要する。

単電子回路を使えば、この多値ニューロン回路を簡単に回路

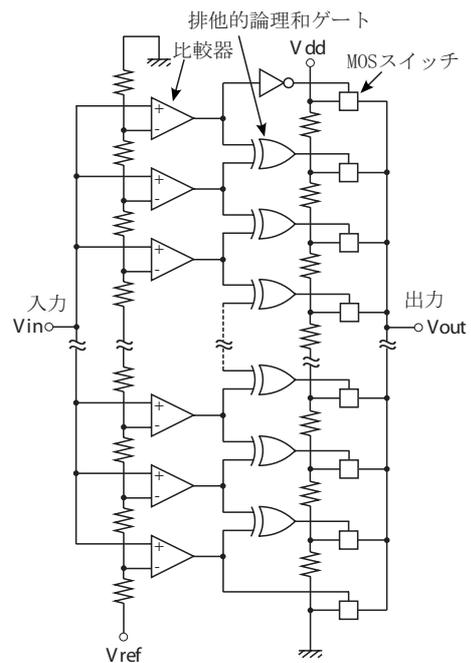


図5 CMOS回路による多値ニューロン

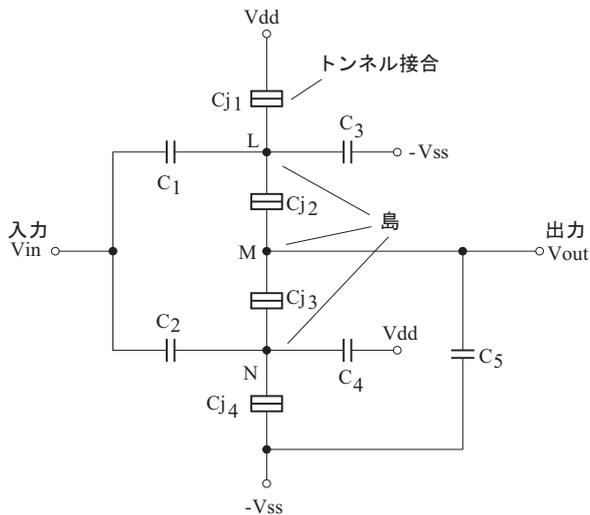


図6 単電子回路による多値ニューロンデバイス

化できる。単電子回路では、回路ノード上の過剰電子数が電子電荷を単位として量子化されており、そのためノード電圧の変化も量子化される。適切な回路構成を用いると多値ニューロンの伝達特性を簡単に発生できる。そして回路ノードの過剰電子数が変化するとき(トンネルにより)電子1個づつ増減するので、ニューロンの出力も逐次的に変化する。

提案するニューロン回路を図6に示す。この回路は4つのトンネル接合と5つのキャパシタ、2つの電圧源  $V_{dd}$  と  $-V_{ss}$  からなる。回路自体は単電子インバータの一つ Tucker's Inverter [5] と同じ構成であるが、パラメータの設定条件が異なる。Tucker's Inverter では2値動作のためのパラメータ設定をしているが、ここでは階段状の伝達特性を示すようにパラメータを設計する。すなわち、入力  $V_{in}$  を受けてそれに応じた多値出力  $V_{out}$  を生成するようにパラメータを定める。

パラメータの一例を次に示す。

$C_{j1} = C_{j4} = 3\text{aF}$ ,  $C_{j2} = C_{j3} = 6\text{aF}$ ,  $C_1 = C_2 = 5\text{aF}$ ,  $C_3 = C_4 = 10\text{aF}$ ,  $C_5 = 150\text{aF}$ ,  $V_{dd} = 4.85\text{mV}$ ,  $-V_{ss} = -0.17\text{mV}$ .

ニューロン回路には3つのノード ( $L, M, N$ ) があり、それらのノードに存在する過剰電子数の組 ( $l, m, n$ ) で内部状態が記述される。この回路の特性は3つの電圧パラメータ ( $V_{in}, V_{dd}, -V_{ss}$ ) による3次元の安定領域図で表される(詳細は[7]参照)。図7は一つの電圧パラメータ  $-V_{ss}$  を  $0.17\text{mV}$  に固定し、他の二つの電圧パラメータ ( $V_{dd}, V_{in}$ ) を座標軸にとった2次元の安定領域図である。図の白い領域は安定領域であり、回路は図中に示した状態 ( $l, m, n$ ) で安定している。出力ノード M の過剰電子数は出力電圧に大きく寄与し、 $m$  が小さいほど出力電圧は高くなり、 $m$  が0に近づくほど出力電圧は低くなる。図の灰色の部分は不安定領域である。この領域では電子のトンネルが頻繁に起こり、回路が2つかそれ以上の状態の間を変化しつづけてランダムな出力を発生する。

この回路を図7に示す線分 PQ の上で動作させる。入力電圧  $V_{in}$  を P から Q に増加させると、動作点が状態  $(0, -5, 0)$  から状態  $(0, 0, 0)$  領域の方に移動していく。状態の変化につれて出

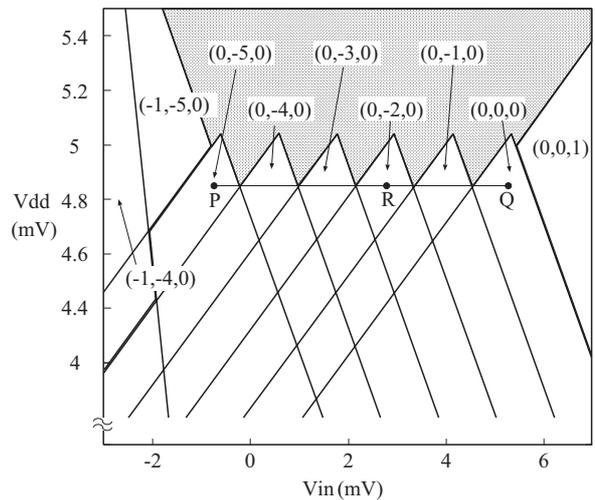


図7 多値ニューロン回路の安定領域図(灰色は不安定領域)

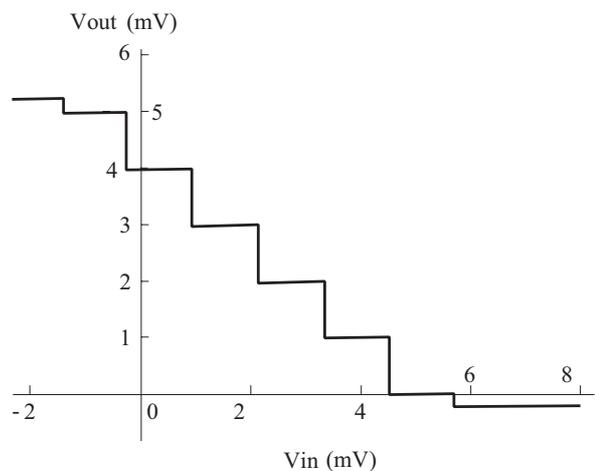


図8 多値ニューロンデバイスの伝達特性

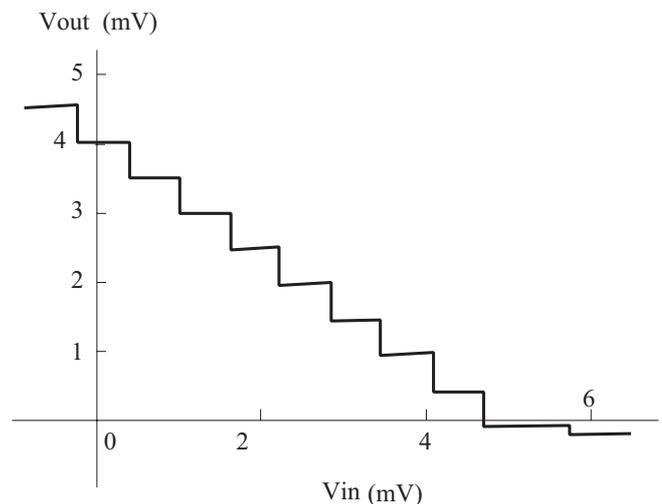


図9 別のパラメータ組をもつ多値ニューロンデバイスの伝達特性

力電圧が離散的に変化する。このときの伝達特性を計算して図8に示す。入力電圧の変化に応じて出力ノード M の過剰電子数一個づつ変化し、その変化に応じて階段状の出力電圧が得られる。

回路パラメータを変えることで、伝達特性の階段数を制御す

$x_3=0$		$x_1$				
	0	1	2	3	4	
0	0	-17	-28	-33	-32	
1	-25	-38	-45	-46	-41	
$x_2$	2	-38	-47	-50	-47	-38
	3	-39	-44	-43	-36	-23
	4	-28	-29	-24	-13	4

$x_3=3$		$x_1$				
	0	1	2	3	4	
0	57	43	35	33	37	
1	26	16	12	14	22	
$x_2$	2	7	1	1	7	19
	3	0	-2	2	12	28
	4	5	7	15	29	49

$x_3=1$		$x_1$				
	0	1	2	3	4	
0	7	-9	-19	-23	-21	
1	-20	-32	-38	-38	-32	
$x_2$	2	-35	-43	-45	-41	-31
	3	-38	-42	-40	-32	-18
	4	-29	-29	-23	-11	4

$x_3=4$		$x_1$				
	0	1	2	3	4	
0	100	87	80	79	84	
1	67	58	55	58	67	
$x_2$	2	46	41	42	49	62
	3	37	36	41	52	69
	4	40	43	52	67	88

$x_3=2$		$x_1$				
	0	1	2	3	4	
0	26	11	2	-1	2	
1	-3	-14	-19	-18	-11	
$x_2$	2	-20	-27	-28	-23	-12
	3	-25	-28	-25	-16	-1
	4	-18	-17	-10	3	22

図 10 すべての変数組合せに対する式 (5) の値

ることができる。図 9 には別のパラメータ組を用いたニューロン回路の伝達特性を示す。

## 6. ネットワーク回路の構成

この単電子ニューロン回路を使って多値ホップフィールドネットワークを構成した。いま例題として、次の二次整数計画問題を考える。

(例題)

次の関数を最小にする変数  $x_i$  の組を求めよ。

$$3x_1^2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + x_3x_1 - 20x_1 - 31x_2 + x_3 \quad (5)$$

ただし  $x_i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

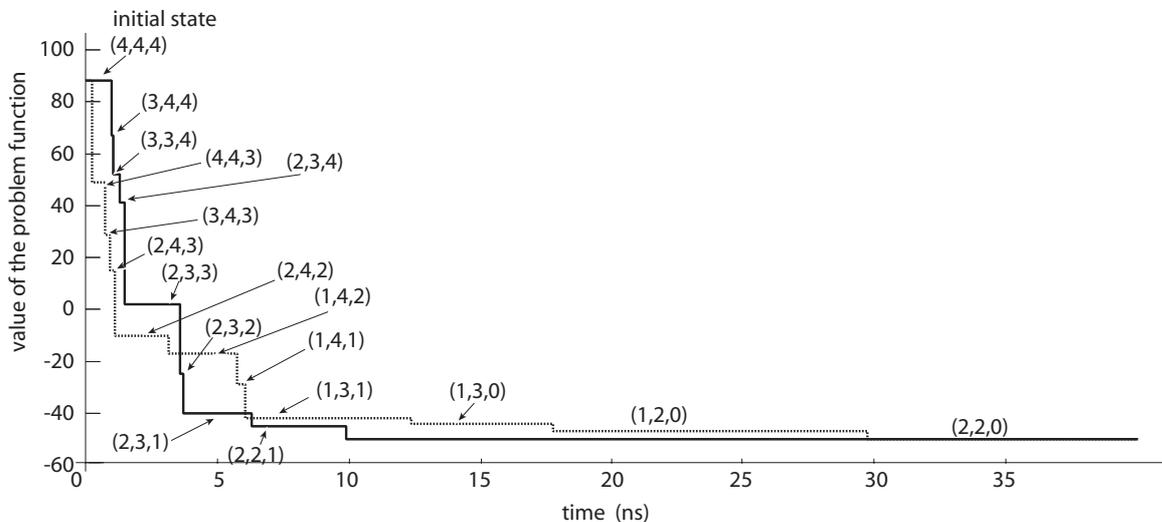


図 12 ネットワークの状態遷移 (シミュレーション)。実線と点線は二つの試行例を示す。

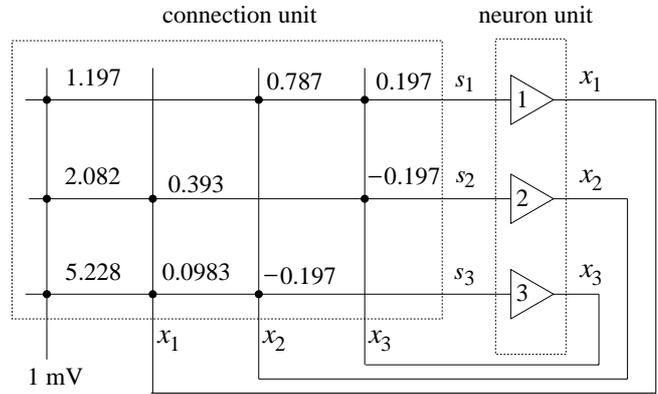


図 11 二次整数計画問題を解くためのネットワーク (結合ユニット内の数値は結合重み)

この例題を多値ホップフィールドネットワークで解く前に、すべての変数の組合せに対する関数の値を計算して図 10 に示した。この関数は  $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 0$  のときに最小値  $-50$  をとる。

上の例題を解くために多値ホップフィールドネットワークを構成した。三つのニューロンを使用し、問題の変数  $x_i$  を  $i$  番目ニューロンの出力に対応させる。ニューロンとして図 8 の伝達特性を持つ単電子回路を用いる (特性係数:  $a = 1.00\text{mV}$ ,  $b = 1.18\text{mV}$ ,  $c = 5.13\text{mV}$ )。必要な結合重みは図 4 から求まる。設計したネットワークの全体構成を図 11 に示す。

## 7. 求解動作のシミュレーション

問題を解くためにはネットワークが (任意の初期状態から始めて) 正解を表す最適状態に必ず収束する必要がある。それを確認するため、設計したネットワークの状態遷移をシミュレーションした (トンネル抵抗はすべての接合において  $3\text{M}\Omega$ , 温度は  $0\text{K}$  を仮定)。

シミュレーションは次のように行った。ネットワークは結合ユニットと多値ニューロンからなる。そのうちの多値ニューロンの動作は、単電子回路用モンテカルロシミュレータを用いて

正確にシミュレーションした。一方、結合ユニットの方は、それを単なるブラックボックスとみなして、その入力  $(x_1, x_2, x_3)$  と重み係数値から出力  $(s_1, s_2, s_3)$  を数値計算した。このように簡略化しても、単電子多値ホップフィールドネットワークの動作を把握する上で支障はない。

シミュレーションの結果を図 12 に示す。この図では、規格化したニューロンの出力の組  $(x_1, x_2, x_3)$  でネットワークの状態を表してある ( $u_i = x_i/a$ )。初めにネットワークを状態  $(4, 4, 4)$  におき、次に放置して状態遷移をさせた。するとある時間の後にネットワークは最終状態  $(2, 2, 0)$  に収束した。この状態は例題の正解  $(x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 0)$  に対応している。図には 2 回の試行例を示した (実線と点線)。同じ試行を何回も繰り返して (つまり異なる乱数で何回もシミュレーションを行って) いつも必ず状態  $(2, 2, 0)$  に収束することを確認した。このように、単電子回路の特性を利用して多値ホップフィールドネットワークデバイスを構成することができる。

## 8. ま と め

単電子現象と各種の計算モデルを結びつけることで、新しい計算デバイスを創り出すことができる。ここでは、多値ホップフィールドネットワークを単電子回路によってコンパクトに回路化できることを示した。これは CMOS 回路では難しいことであり、単電子現象の機能性を生かした応用の良い例である。

- [1] J. J. Hopfield and D. W. Tank, "Neural Computation of Decision in Optimization Problems," *Biological Cybernetics*, 52, pp. 147-152, 1985.
- [2] D. W. Tank and J. J. Hopfield, "Simple Neural optimization networks: An A/D converter, signal decision circuit, and linear programming circuit," *IEEE Trans. Circuits & Systems*, Vol. CAS-33, No. 5, pp. 533-541, 1986.
- [3] E. Aiyoshi and A. Yoshikawa, "New perspective on optimization-Combinatorial optimization by neural networks," *Trans. IEE*, Vol. 112C, No. 9, pp. 533-540, 1992.
- [4] A. Yoshikawa, "Integer programming using multiple-valued neural networks," *Papers of Technical Meeting on Information Processing, IP-95-4, IEE Japan*, 1995.
- [5] J. R. Tucker, "Complementary digital logic based on the Coulomb blockade," *J. Appl. Phys.*, Vol. 72, No. 9, pp. 4399-4413, 1992.
- [6] N. Kuwamura, K. Taniguchi, and C. Hamakawa, "Simulation of single-electron logic circuits," *IEICE Trans. Electron.*, Vol. J77-C-II, No. 5, pp. 221-228, 1994.
- [7] M. Akazawa and Y. Amemiya, "Eliciting the potential functions of single electron circuits," *IEICE Trans. Electron.*, Vol. E80-C, No. 7, pp. 849-858, 1997.