

CMOS反応拡散回路によるチューリングパターンの発生

大黒 高寛 西宮 優作 浅井 哲也 雨宮 好仁

北海道大学 工学部 電子工学科
〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目
Phone:011-706-7147

E-mail: daikoku@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp

あらまし

チューリング反応拡散系のパターン形成機能を搭載したCMOS集積回路の構成法を提案する。この集積回路は化学反応を模擬する「反応回路」と物質拡散を模擬する「拡散回路」を多数接続した構造を持つ。その機能は一種の空間周波数フィルタであり、紋様画像などの修復や強調の処理に応用することができる。

キーワード 反応拡散系、チューリングモデル、アナログCMOS回路、チューリングパターン

An Analog CMOS Circuit Implementing Turing's Reaction-Diffusion Model

Takahiro Daikoku, Yusaku Nisimiya, Tetuya Asai, and Yosihito Amemiya

Department of Electrical Engineering, Hokkaido University

Kita 13, Nishi 8, Kita-ku, Sapporo, 060-8628, Japan

Phone : 011-706-7147

E-mail : daikoku@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp

Abstract

We propose an analog CMOS LSI that implements the pattern formation in Turing's reaction-diffusion systems. The LSI consists of many *reaction* circuits that imitate chemical reactions combined with *diffusion* circuits that imitate the diffusion of chemical species. It acts as a spatial-frequency filtering device and can be used in signal processing such as the restoration and enhancement of input texture images.

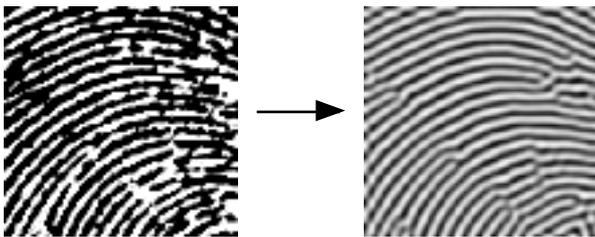
Key words reaction-diffusion system, Turing's model, analog CMOS circuit, Turing pattern

1. はじめに

反応拡散系は化学反応と物質拡散が混在した非平衡-開放システムであり、自然界に見られるダイナミクスや自己組織化現象の舞台となっている [1-5]。ここではその工学応用に向けて、反応拡散モデルの一種であるチューリングモデルを模擬する集積電子回路を提案する。

チューリングモデルとは「二つの物質が互いの生成を制御しながら拡散するとき、適切な条件下では物質の濃度パターンが空間的な秩序構造（チューリングパターン）をつくる」というものである。生物の形態形成を物理的に説明するために提案された。チューリング反応拡散系は工学的にみると一種の空間周波数フィルタであり、様々な画像処理に応用することができる [6-8]。図1には指紋画像の修復に適用した例を示す。

チューリングモデルにもとづく画像処理は全画素を一斉に状態変化させる並列処理であり、本質的に高速動作が期待できる。その特長を活かした画像処理デバイスを創るためには、二次元チューリング反応拡散系の化学反応と物質拡散をそのままチップ上で模擬するようなLSIの開発が必要となる。その第一歩として、ここではチューリングモデルの反応拡散方程式を模擬するCMOSアナログ回路を提案する。その動作を解析するとともに、チューリングパターンの生成をシミュレーション上で確認した。



(欠損のある不鮮明な入力画像) (修復後の出力画像)
 図1 チューリングモデルを利用した指紋画像の修復 [7]

2. 集積回路による反応拡散方程式の模擬

2.1 反応拡散方程式

化学反応と拡散現象が混在した反応拡散系の挙動は式(1)の反応拡散方程式で表される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = f_i(u_1, u_2, \dots, u_n) + D_i \nabla^2 u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで u_i は i 番目の物質の濃度、 t は時間、 D_i は i 番目の物質の拡散係数を示す。右辺第1項（反応項）は化学反応による物質の濃度変化であり、右辺第2項（拡散項）は拡散による濃度変化を示す。いま物質が2種類のみ（濃度 u と濃度 v ）、かつ反応項が濃度に対して線形関数のときには、反応拡散方程式は式(2)のように簡単な形となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = au - bv + D_u \nabla^2 u \\ \frac{\partial v}{\partial t} = cu - dv + D_v \nabla^2 v \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

右辺の反応項の係数 a, b, c, d は反応ダイナミクスを決めるパラメータである。

式(2)の反応拡散系において $a, b, c, d > 0$ ならば u は反応の活性因子、 v は抑制因子である。反応項の係数と拡散係数の値によって系の挙動は幾つかの動作モードに分かれる。例として $a-d < 0$ かつ $bc-ad > 0$ のとき、 $D_v \gg D_u$ であれば式(3)の固有波数 k をもつ u と v の空間的な周期構造が成長する。

$$k = \sqrt{\frac{bc - ad}{D_u D_v}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

この周期構造をチューリングパターンという。チューリングパターンは、空間上に与えられた初期濃度パターンのうち固有波数と等しいパターン成分に沿って成長する。それを利用して図1のような画像修復を行うことができる。

チューリングパターン発生のメカニズムは次のとおりである。いま局所的に活性因子の濃度 u が周囲より高いとき（活性因子は自分の濃度が大きいほど生成量も大きいので）その場所で濃度 u は周囲と比べて一層大きくなる。同じ場所で抑制因子の生成量も増大するが、抑制因子の拡散係数が活性因子より十分に大 ($D_v \gg D_u$) ならば抑制因子の大部分は周囲に拡散する。そのため周囲では活性因子の生成量が逆に抑えられて減少する。つまり濃度 u の微少な初期擾乱が時間とともに増幅されて空間構造—チューリングパターンに成長する。なお実際の反応拡散系では、物質濃度が大きくなると反応項に非線形性が現れてパターンの成長が停止し安定する。図2に二次元チューリングパターンの実例を示した[9]。

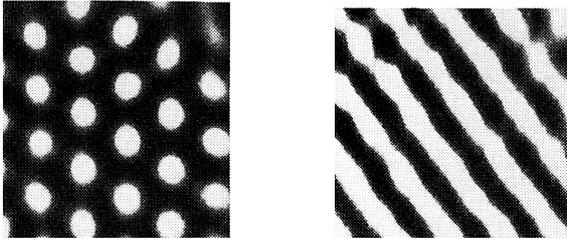


図2 二次元チューリングパターンの例[9]
(次亜塩素酸-ヨウ素-マロン酸の化学反応系)

2.2 チューリング反応拡散チップ

いま二次元のチューリング反応拡散系を対象として、そのダイナミクスをシリコンLSIで模擬したい。そのようなLSI（反応拡散チップ）の概念図を図3に示す。反応拡散系を多数のセルに分け、各セル内では化学物質の濃度を均一とみなす。これをシリコンLSIで模擬する。すなわちLSI全体を多数の微小領域（セル）に分割し、各セルごとに反応項を模擬する電子回路（反応回路）をおく。二つの化学物質（活性因子と抑制因子）の濃度は二つの電圧信号で表す。以後、この電圧信号を u （活性因子）および v （抑制因子）と記す。この反応回路を多数配列してLSIとする。隣り合う反応回路の間は拡散項を模擬する電子回路（拡散回路）で接続する。本稿では反応回路と拡散回路ともにCMOSアナログ回路で構成する。回路の構成方法は第3章で説明する。

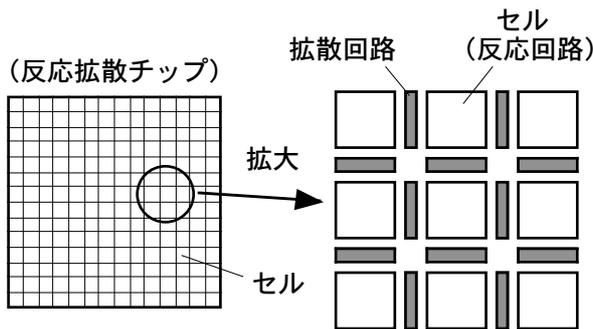
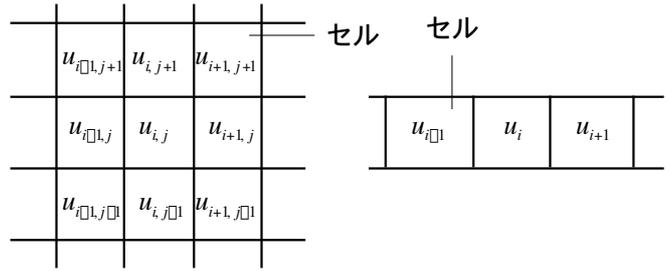


図3 反応拡散チップの構成

2.3 空間変数を離散化したモデル

反応拡散チップでは二次元の反応拡散系をセルに分けるので、図4のように空間変数（距離）が離散化される。このとき反応拡散方程式は式（4）のようになる。



(a) 二次元 (b) 一次元

(図中の u_{ij} は電圧信号, v_{ij} は省略)

図4 空間変数の離散化

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} &= au - bv \\ &+ G_u(u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}) \dots\dots (4) \\ \frac{dv_i}{dt} &= cu - dv \\ &+ G_v(v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 4v_{i,j}) \end{aligned}$$

($i = 1, 2, \dots, n$)

ここで u_i と v_i は i 番目セルの反応回路における二つの電圧信号を示す。 G_u と G_v は拡散パラメータである。簡単な例として反応拡散系が一次元（図4(b)）のときには、反応拡散方程式は式（5）のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} &= au - bv + G_u(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) \dots\dots (5) \\ \frac{dv_i}{dt} &= cu - dv + G_v(v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) \end{aligned}$$

この一次元系が N 個のセルのチェーンであり、かつ両端が結ばれた周期的境界条件を持つときには、チェーンに乗るチューリングパターンの波の数 s は式（6）で与えられる。

$$s = \frac{N}{\pi} \arcsin \left[\frac{bc - ad}{2G_u G_v} \right]^{1/4} \dots\dots (6)$$

3. CMOSアナログ回路による構成

3.1 反応回路

式（4）（および式（5））の反応項ダイナミクスを模擬する反応回路は図5のように構成する。一つの反応回路あたり2対のキャパシタ C を用意し、各キャパシタ対の差動電圧（ u と v ）を二つの力学変数とみなす。このキャパシタ対に電圧信号線を通し

て4個の差動回路（差動対1～4）をつなぐ。それぞれの差動対にはバイアス電流（ $I_1 \sim I_4$ ）と負荷電流（ $I_1/2 \sim I_4/2$ ）を流す。各差動対では電圧 u と v で決まる差動出力電流が発生し、それがキャパシタ C を充放電する。

一つの差動対は図6のような伝達特性をもつので、反応回路全体の動作は式（7）で表される。ここではMOSトランジスタ特性が2乗則に従うとした。電圧振幅の小さい領域では、差動対1～4の伝達コンダクタンスの比を $a:b:c:d$ に設定すれば式（4）の反応項ダイナミクスと同じ動作が得られる。電圧振幅が大きくなると差動対の出力が飽和して非線形特性が現れる。差動対の伝達コンダクタンスを調節するには、バイアス電流を変えるか、または差動対MOSトランジスタのゲート幅を変えればよい

実際の反応回路を図7のように設計した。バイアスと負荷の定電流源には（チャネル長変調の影響を抑えるため）カスコード接続の電流ミラーを用いた。

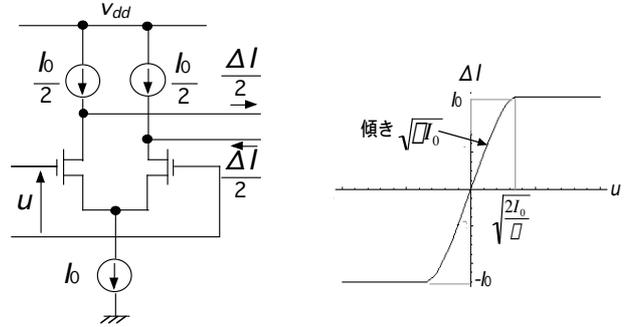


図6 差動対の伝達特性（入力電圧と出力電流）

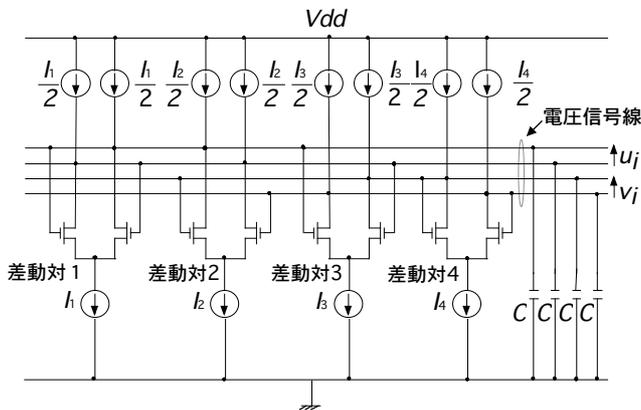


図5 反応回路の模式図

（反応回路のダイナミクス）

$$\begin{cases} \frac{1}{C} \frac{du}{dt} = F_1(u) \square F_2(v) \\ \frac{1}{C} \frac{dv}{dt} = F_3(u) \square F_4(v) \end{cases} \dots\dots (7)$$

ただし $F_i = \sqrt{\square I_i} u \sqrt{1 \square \frac{\square I_i}{4I_i} u^2}$

- $\square I_i$: i 番目の差動対トランジスタの利得係数
- I_i : i 番目の差動対のバイアス電流
- C : 反応回路のキャパシタ容量

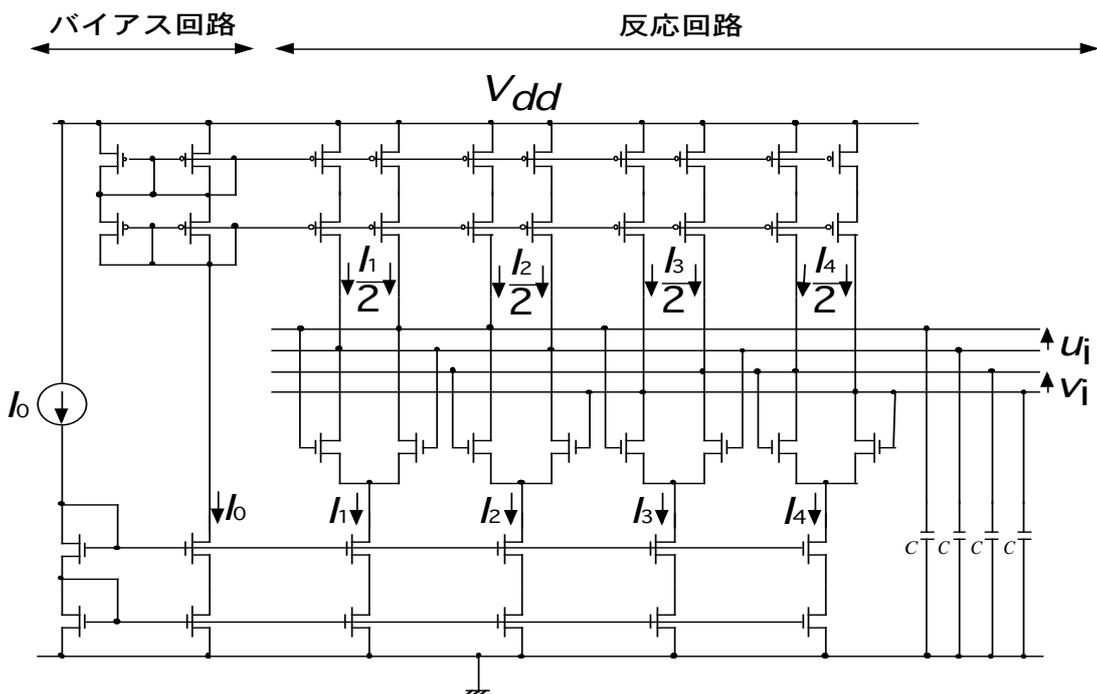


図7 CMOS 反応回路

3. 2 拡散回路

拡散回路の構成概念を図8に示す。隣接する二つの反応回路の電圧信号線どうしを差動対によって接続する。差動対にはバイアス電流 (I_0) と負荷電流 ($I_0/2$) を流す。電圧振幅の小さい領域において、二つの電圧信号線の電圧差に比例した電流が高電位側から低電位側に流れる。電圧 u と v のそれぞれについてこの回路を2個用いて拡散を模擬する。このとき拡散パラメータは差動対の伝達コンダクタンスに比例する。

電圧信号 u と v を拡散させる実際の回路を図9のように設計した。バイアスと負荷の定電流源にはカスコード接続の電流ミラーを用いた。図4の反応拡散系を模擬するとき、二次元系であれば反応回路一つあたり図9の拡散回路を2個用いる。一次元系であれば反応回路一つあたり拡散回路を1個用いる。

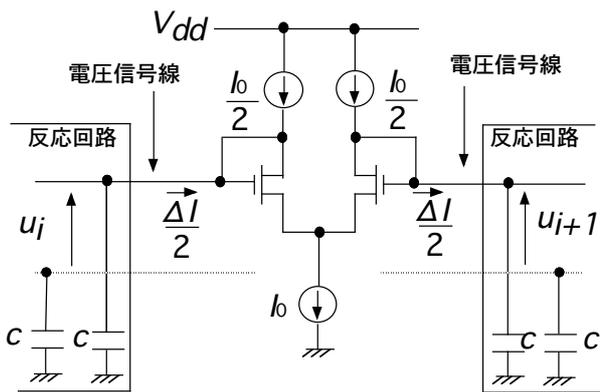


図8 拡散回路の構成概念

(電圧信号線一本あたりの拡散接続を示す)

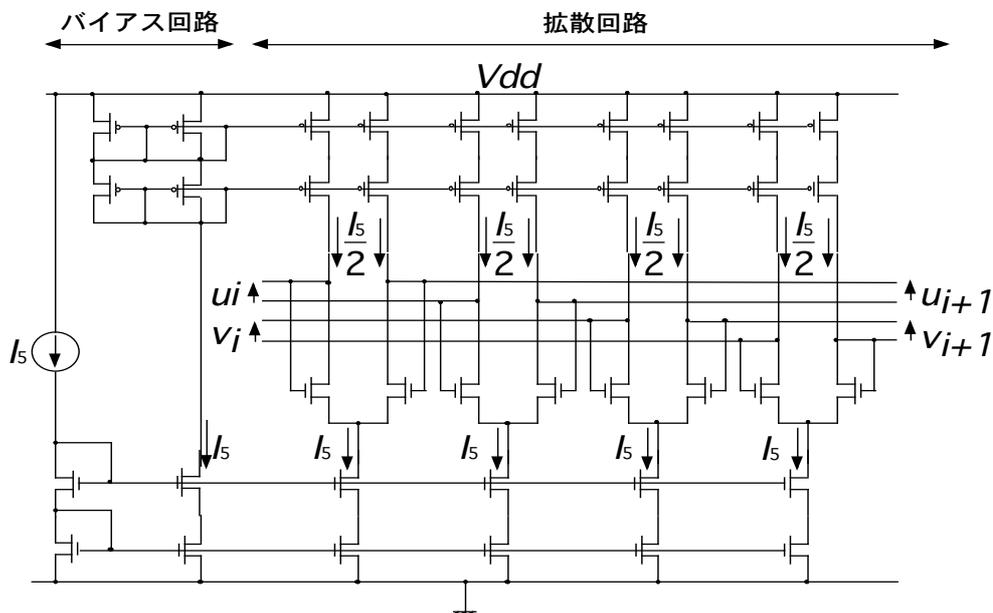


図9 CMOS 拡散回路

4. 回路動作の解析とシミュレーション

4. 1 反応回路の動作

反応回路は信号電圧 (u と v) が小振幅のとき線形領域、大振幅のとき非線形領域で動作する。反応回路の u -ヌルラインと v -ヌルラインの位置関係は回路パラメータに依存する。そして特異点が原点だけの場合と原点以外の2点も特異点になる場合とがある。そのため u - v 平面上のアトラクタは回路パラメータによって次のいずれかに分かれる。

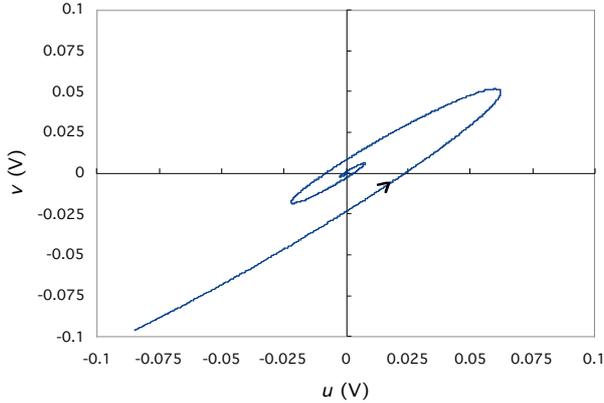
- (a) 原点 ($u = v = 0$) に収束する。
- (b) 原点を囲むリミットサイクルを描く。
- (c) 原点以外の特異点のいずれかに収束する。
- (d) 原点以外の二つの特異点を囲むリミットサイクルを描く。
- (e) 発散して回路の電圧制限により頭打ちとなる。

以下に回路動作 (u - v アトラクタ) の代表例をシミュレーションで示す。このシミュレーションは1.5- μ m CMOS デバイスパラメータを用いた SPICE 解析であり、単にダイナミクス近似式 (7) を数値計算したものではない。

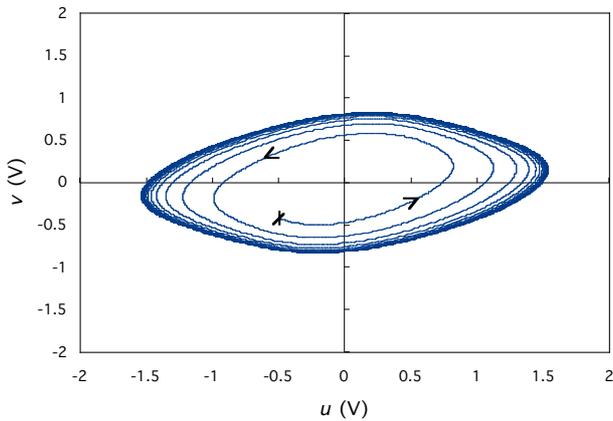
はじめに図10は線形領域での安定条件が満たされて原点に収束する場合である。チューリングパターンを発生させるにはこの状態に設定する。

次に図11は原点を囲むリミットサイクルを描く例を示す。線形領域では不安定条件、非線形領域では安定条件が成立している場合である。

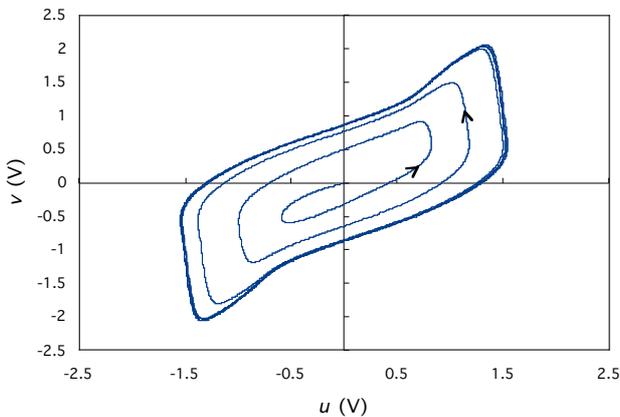
図 1 2 は線形領域と非線形領域のいずれでも不安定条件が成立する場合である。 u と v の振幅は増大したあと回路の電圧制限（ダイナミックレンジ）により頭打ちとなる。このとき頭打ちで安定する場合と図のようにリミットサイクルを描く場合がある。図 1 2 に対する振動波形を図 1 3 に示す。



$a:b:c:d = 1:1.2:1:1.1$, $C = 10 \text{ pF}$, $I_0 = 50 \mu\text{A}$, $V_{dd} = 5 \text{ V}$
 図 1 0 反応回路の動作（原点に収束する場合）



$a:b:c:d = 3:7:3:2$, $C = 10 \text{ pF}$, $I_0 = 50 \mu\text{A}$, $V_{dd} = 5 \text{ V}$
 図 1 1 反応回路の動作（リミットサイクル）



$a:b:c:d = 3:3:3:2$, $C = 10 \text{ pF}$, $I_0 = 50 \mu\text{A}$, $V_{dd} = 5 \text{ V}$
 図 1 2 回路の電源制限によるリミットサイクル

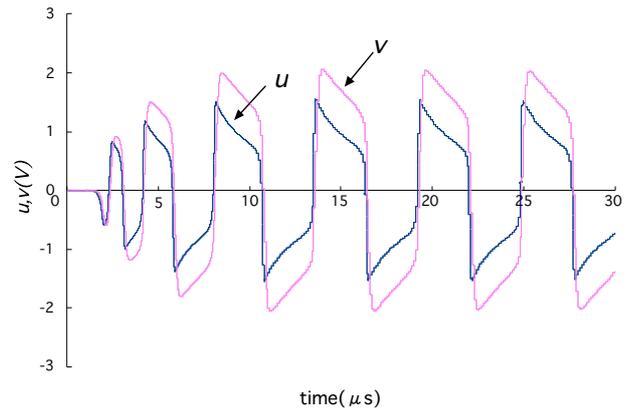


図 1 3 u と v の振動波形（図 1 2 に対応）

4. 2 拡散回路の動作

図 9 に示した拡散回路の動作を SPICE シミュレーションによって確認した。その例を図 1 4 に示す。図 9 の拡散回路を多数接続して一次元チェーンをつくりシミュレーションを行なった。図には、チェーン左端の u を一定値に保持したときの各距離における u の時間変化を示してある（各セルの u の値を滑らかに結んで表示したもの）。この結果から u が周囲に拡散していることを確認できた。

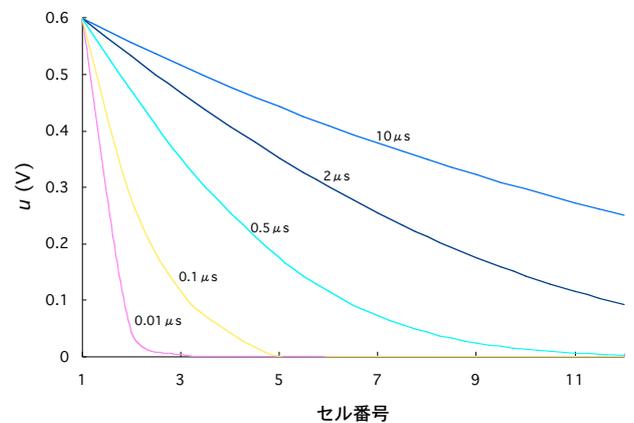


図 1 4 拡散回路の動作

5. 反応拡散系の構成とチューリングパターン発生

5. 1 反応拡散系の回路ネットワーク

拡散回路を介して多数の反応回路を接続すれば反応拡散系を構成することができる。第一段階として図 1 5 に示す周期的な一次元系を設計し、その動作をシミュレーション解析した。反応回路（および拡散回路）の個数は 50 個である。

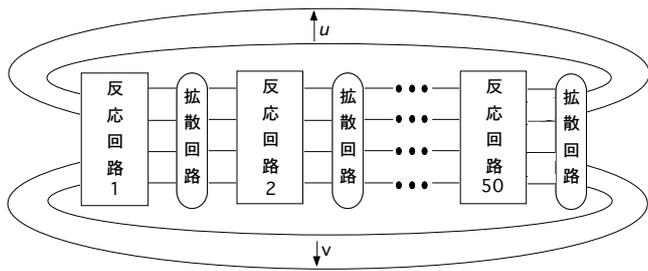


図 1 5 一次元の反応拡散回路

5.2 チューリングパターンの発生

上記の反応拡散回路でチューリングパターンが発生することを SPICE シミュレーション上で確認した。本シミュレーションでは各反応回路の電圧 u について、図 1 6 に示す初期擾乱を初期値として与えた。電圧 v の初期値はすべての反応回路で 0 とした。チューリングパターンが発生して安定した後の各反応回路における電圧 u を図 1 7 (a) (b) に示す。チューリングパターンの空間周波数を変えるには、反応回路と拡散回路の差動対の伝達コンダクタンスを変化させればよい。

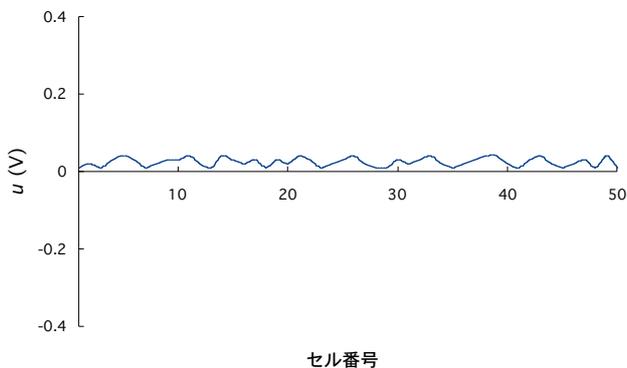
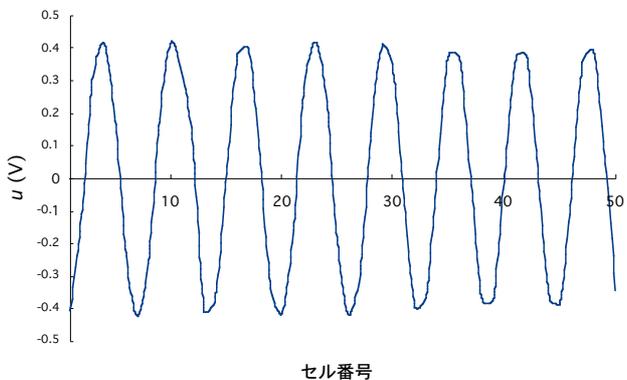
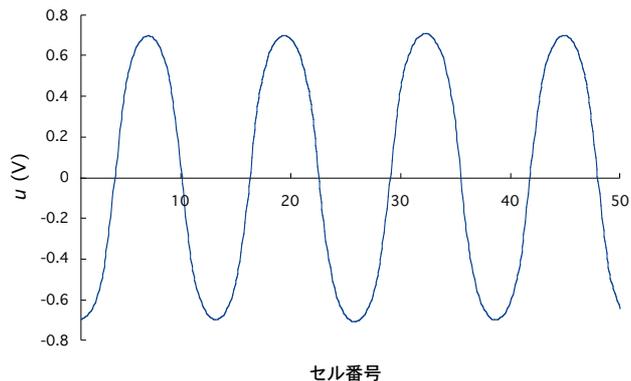


図 1 6 初期擾乱



$a:b:c:d=1:2:1:1.5, I_0=50\mu A, \tau=10\mu F, D_u:D_v=1:10$
 図 1 7 (a) チューリングパターンの発生 (その 1)



$a:b:c:d=1:1.2:1:1.1, I_0=50\mu A, \tau=10\mu F, D_u:D_v=1:10$
 図 1 7 (b) チューリングパターンの発生 (その 2)

次に初期擾乱として図 1 8 (a) のように欠損のある不明瞭なパターンを初期値として与えた。パターンの空間周波数にあわせたパラメータを設定すれば、図 1 8 (b) のように修復・強調されたパターンを生成することができる。この動作を指紋復元などの画像処理に応用することができる。

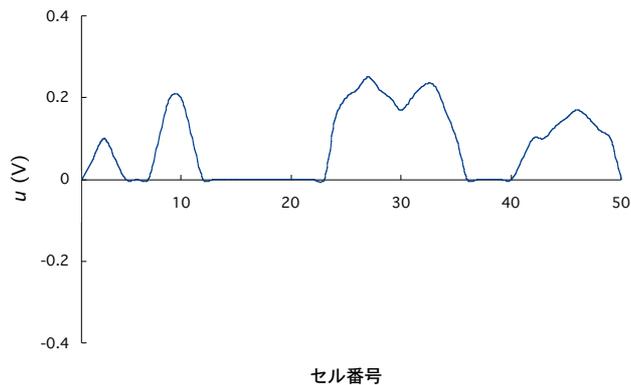
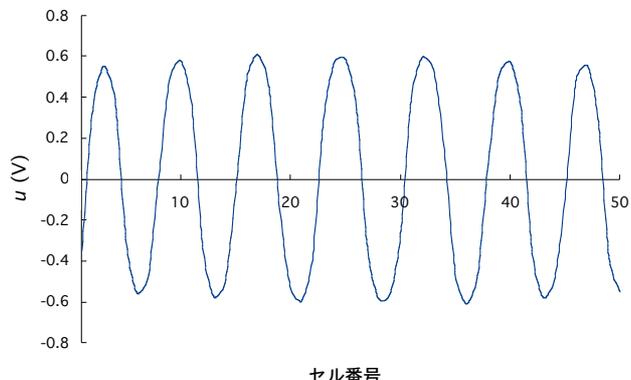


図 1 8 (a) 欠損のある不明瞭な初期パターン



$a:b:c:d=1:1.2:1:1.1, I_0=50\mu A, \tau=10\mu F, D_u:D_v=1:3$
 図 1 8 (b) パターンの欠損修復と強調

6. まとめ

チューリング反応拡散系の動作をチップ上で模擬するようなLSIの概念を提案した。さらにチューリング反応拡散チップを構成するためのCMOSアナログ回路（反応回路と拡散回路）を提示した。回路の基本動作を解析するとともに、チューリングパターンの生成をシミュレーション上で確認した。あわせてパターンの周波数制御性と欠損復元への適用性を確認することができた。このCMOSアナログ回路による反応拡散LSIによって、機能的な情報処理をコンパクトな構成で実現できると考える。

[参考文献]

[反応拡散系が生み出す現象の解説]

(1) G. Nicolis and I. Prigogine, "Self-organization in nonequilibrium systems---from dissipative structures to order through fluctuations," John Wiley & Sons (1977) (訳書「散逸構造---自己秩序形成の物理学的基礎」岩波書店)。

(2) H. Haken, "Synergetics---an introduction, nonequilibrium phase transition and self-organization in physics, chemistry and biology," Springer-Verlag (1978) (訳書「協同現象の数理---物理・生物・化学的系における自律形成」東海大学出版)。

(3) 吉川研一「非線形科学---分子集合体のリズムとかたち」学会出版センター (1992)

(4) 「(特集) 反応拡散系---生き生きとした自然現象を演出する非線形システム」電気学会誌, Vol. 121, No. 4 (2001).

[集積回路による電子的な反応拡散系の構成]

(5) 浅井哲也「反応拡散チップの開発---反応拡散系をシリコンLSIの上に実現する」電気学会誌, Vol. 121, No. 4, pp. 253-257 (2001).

[チューリングモデルを利用した指紋画像の修復]

(6) W. Fujita, T. Aoki, and T. Higuchi, "A digital reaction-diffusion system for texture image processing," IEEE Int. Symp. on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS'99), pp.113-116, Phuket (1999).

(7) H. Kato, T. Asai, and Y. Amemiya,

"Reaction-diffusion neuro chips: analog CMOS implementation of locally coupled Wilson-Cowan oscillators," Fifth International Conference on Cognitive and Neural Systems (ICNS'01), #41, Boston(2001).

(8) K. Ito, T. Aoki, and T. Higuchi, "Digital reaction-diffusion system -- a foundation of bio-inspired texture image processing --", IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, Vol. E84-A, No. 8, pp. 1909-1918 (2001).

[化学反応系におけるチューリングパターンの実験例]

(9) Q. Ouyang and H.L. Swinny, Nature, Vol. 352, pp. 610-612 (1991).