

単一磁束量子回路を用いたデジタルセルオートマトンとアナログ反応拡散システム

山田 和人 浅井 哲也 雨宮 好仁
北海道大学大学院 情報科学研究科

Single-Flux Quantum Circuits for Digital Cellular Automata and Analog Reaction-Diffusion Computing

Kazuhito YAMADA Tetsuya ASAI Yoshihito AMEMIYA

Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

Abstract: Single-flux-quantum (SFQ) is a promising technology for high-performance computing that relies on quantum effects in superconducting materials. In SFQ circuits, picosecond-duration pulses travel down superconducting microstrip transmission lines. By utilizing such a superconducting effect, we have designed a collision-based SFQ logic computing system based on reaction-diffusion (RD) computing [1] that consisted of Josephson junctions, inductors and current sources. We here present the extended SFQ circuits that implement i) digital cellular automata (CA) with SFQ logic circuits and ii) analog RD computing medium with SFQ circuits where excitable SFQ pulses travel on the 2D medium. Through SPICE and numerical simulations with standard Nb/Al-AlO_x/Nb 2.5-kA/cm² process parameters, we demonstrate typical operations of the SFQ CA that implements Wolfram's rules 90 and 150, and demonstrate traveling excitable waves on 2D SFQ RD media as well as computation of Voronoi diagrams.

1. はじめに

近年の半導体集積技術の進歩に伴い、次世代集積デバイスの候補として磁束量子回路（ジョセフソン接合を含む超電導ループに鎖交する磁束を信号媒体とする回路）の実現が期待されている [2]。しかしここ数年の間に、磁束量子のデバイス技術だけでなく、そのアーキテクチャに関する技術革新の必要性も高まってきた。近い将来、ノイマン型アーキテクチャの延長上にあるものだけでなく、並列性を有効利用するアーキテクチャに関する大きな技術革新が必要となるだろう。本稿では非ノイマン型アーキテクチャの一例として、セルオートマトン（格子状のセルと単純な規則からなる離散計算モデル） [3] と反応拡散コンピュータ（興奮波と呼ばれる波を信号媒体とする連続計算モデル） [4] の磁束量子回路化を試みた。

2. 単一磁束量子回路

磁束量子を制御するデバイスの一つがジョセフソン接合である。以下に、ジョセフソン接合の特性とそれを利用した回路について述べる。なお、ジョセフソン接合とそれを用いた磁束量子回路については、例えば [2, 5] の解説を参照されたい。

2.1 ジョセフソン接合

ジョセフソン接合は、絶縁体あるいは半導体や常伝導金属の極薄膜を超伝導体で挟んだトンネル接合である。Fig. 1(a) にジョセフソン接合の構造例、Fig. 1(b) に接合の I-V 特性を示す。

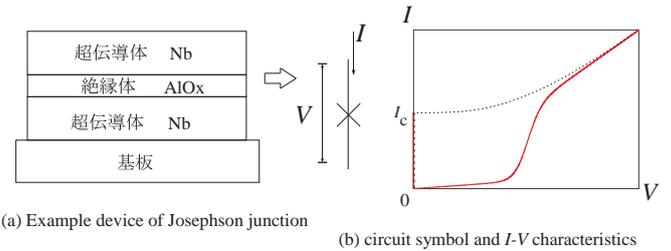


Fig. 1 (a) Example device of Josephson junction, (b) circuit symbol and I-V characteristics.

接合の電流が臨界電流 (I_c) 以下であれば、接合は超電導状態となる。一方、接合の電流が I_c を超えると、接合は常伝導状態となる。接合のマッカンバー因子の値によって接合特性は Fig. 1(b) の実線や点線のようになる。

超伝導体の持つ性質の一つに磁束の量子化がある。超電導体で作ったループの中では、磁束は $\phi_0 = h/2e$ ($\approx 2 \times 10^{-15}$ Wb, h : プランク定数, e : 電子の電荷) を単位とした、とびとびの値しか取ることができない。この磁束の最小単位を磁束量子と呼ぶ。もし、磁束量子を最大でも 1 個しか保持できない超電導ループと、その磁束量子を出し入れするための手段とを作ることができれば、ループ内の単一磁束量子の有無で“1”、“0”のビット情報を表すことができる [2, 5]。

超電導体で作ったループ状の配線にジョセフソン接合を一つだけ組み込んだ、もっとも簡単な回路要素を Fig. 2 に

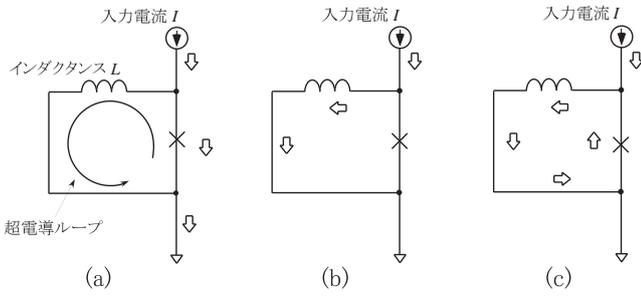


Fig. 2 (a) $I < I_c$, (b) $I > I_c$ and (c) single-flux quantum inside superconducting loop ($I < I_c$).

示す。ループ内の接合に電流 I を加えていくと (Fig. 2(a))、 $I > I_c$ を満たすところで接合が常伝導状態となる。その瞬間、入力電流 I は超電導ループに周りこみ (Fig. 2(b))、接合を流れる電流が減少して $I < I_c$ となるため、接合は超電導状態に復帰する (Fig. 2(c))。ループ側に流れ込んでいた電流の一部は、超電導ループ内を周回する永久電流として取り残され、超電導ループに量子化された磁束を作る。この周回電流は、接合へ加えられる入力電流を打ち消す方向に働くため、接合が再度常伝導状態に遷移することはない。ループに入る磁束量子の数は、ループのインダクタンス L と、ジョセフソン接合の臨界電流 I_c の大きさで決まり、 L と I_c の積が ϕ_0 の2倍より小さければ、最大でも1個に限られる。

2.2 伝送線

ジョセフソン接合とインダクタ、定電流源を用いて、Fig. 3に示すような磁束の伝送線が構成可能である [2, 5]。Fig. 3(a)に回路図、(b)にシミュレーション例 (Nb/Al-AlOx/Nb 2.5-kA/cm² プロセスを想定、 $L = 8$ pH, $I = 0.1$ mA, $I_c = 0.13$ mA) を示す。入力電流 I_{in} が0であれば、全てのジョセフソン接合は超電導状態で安定する。ジョセフソン接合 J_A の電流が I_c を超えるような I_{in} (本シミュレーション条件では 0.05 mA) を与えると、 J_A は常伝導状態となり、ノード n1 に Fig. 3(b)-n1 に示すような電圧パルスが発生する。この時、 J_B の電流が I_c を超えるような I_A が発生し、 J_B が常伝導状態となる。これによって、ノード n2 に Fig. 3(b)-n2 に示すような電圧パルスが発生する。その後、同様にして電圧パルスが回路を伝搬する (Fig. 3(b)-n3, n4)。この電圧パルスの伝搬が、磁束量子の伝搬を表わす。

磁束伝送線の両端に同じ入力電流 I_{in} を与えた場合のシミュレーション結果を Fig. 4に示す。Fig. 4(a)の両端から中心に向かって伝搬した磁束が衝突したときに、衝突ノードのジョセフソン接合の臨界電流を超える電流が発生するため、接合が常伝導状態となって、両磁束が消滅する (Fig. 4(b)の電圧パルスの消滅 ($t > 45$ ns) が磁束の消滅を表わす)。

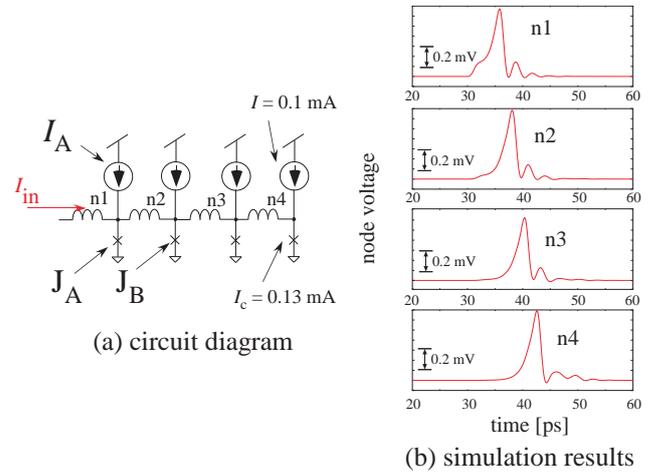


Fig. 3 Transmission line. (a) circuit diagram, (b) simulation results.

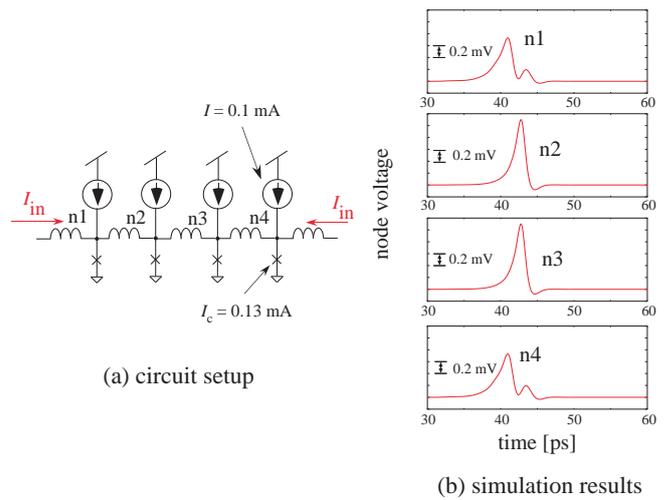


Fig. 4 Collision of SFQs on transmission line. (a) circuit setup, (b) simulation results.

2.3 メモリ回路

ジョセフソン接合を用いて、単一磁束量子をビット情報とするメモリ回路が構成可能である (Fig. 5) [6]。図中の超電導ループ L_A がビット情報を保持する (L_A 内の磁束量子の有無が、ビット“1”, “0”を表わす)。入力端子に外部電流が加わると L_A が生ずるが、この磁束は、 J_A が常伝導状態にならないければ (J_A の電流が臨界電流よりも小さければ)、出力ノードへは伝わらない。つまり、超電導ループ L_A に磁束量子が保持される。ジョセフソン接合 J_B は、ノード n_A から clk への電流を防ぐ目的で配置されたものである。その逆方向、つまりノード clk から n_A へは磁束が伝達される。ノード clk に電流を与えると、 J_A が常伝導状態となり、 L_A に保持されていたビット情報が出力される (磁束を保持していればその磁束が出力され、保持されていなければ何も出力されない)。

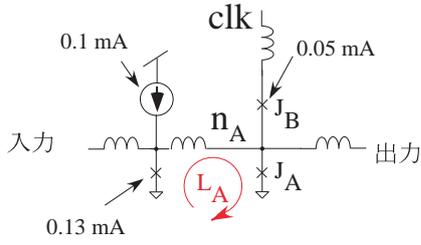


Fig. 5 Memory circuit

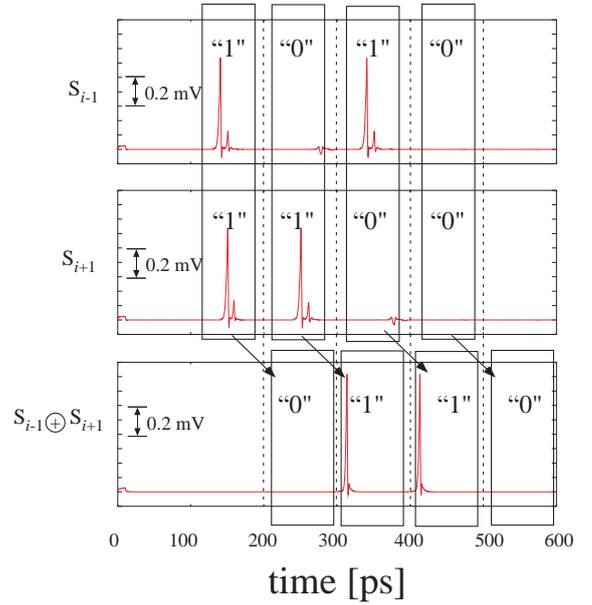
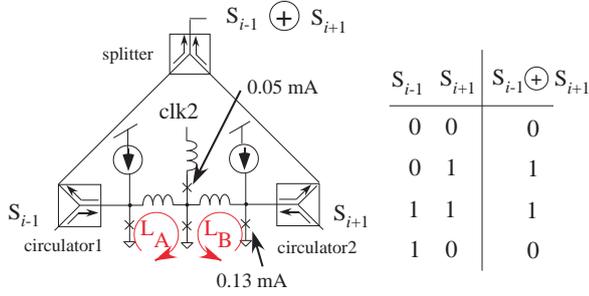


Fig. 7 Simulation results of exclusive OR circuit

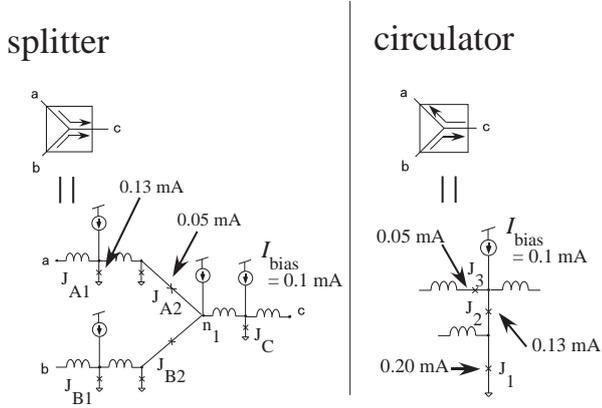


Fig. 6 Exclusive OR circuit

3. 磁束量子回路によるセルオートマトン

2章で述べたジョセフソン接合の回路を用いて、デジタルセルオートマトンを構成する。本稿では、Wolframのルール90と150 [3] を実装する磁束量子セルオートマトンを構成した。

まず、ルール90の実装法について述べる。ルール90は、

$$S_i^{t+1} = S_{i-1}^t \oplus S_{i+1}^t \quad (1)$$

で定義される。ここで、 S はセルの状態（“1”または“0”）、 i はセルの番号、 t はタイムステップを表す。 i 番目のセルの次の状態（ S_i^{t+1} ）は、 $i-1$ 番目と $i+1$ 番目のセルの現在の状態の排他的論理和で決まる。

このセルを構成する際に必要となるのは、(1)式右辺の演算を行う排他的論理回路と、演算結果を保持する回路である。演算結果を保持する回路には、前述したメモリ回路 (Fig. 5) を用いる。排他的論理和の演算を行う回路を Fig. 6 に示す。この回路は circulator [1], splitter [1], 定

電流源およびジョセフソン接合により構成される。以下、説明を容易にするため、ジョセフソン接合の臨界電流を Fig. 6 に示す値、定電流源の電流値を 0.1 mA と仮定する。

Fig. 6 左下に splitter の回路構成を示す。この回路は、図中の回路シンボル (splitter) の矢印の方向にのみ磁束を伝える回路である。端子“a”から磁束が入ると、 J_{A1} と J_{A2} が常伝導状態となり、その後 J_{B2} へ電流が加わる。 J_{B2} が常伝導状態に遷移した後は、 J_{B2} は抵抗として動作するため、 J_{B1} の電流は臨界電流を超えない。そのため、 n_1 への電流は J_C へ加わり、 J_C が常伝導状態に遷移する。その結果、端子“c”から磁束が出力される。端子“b”から磁束が入った場合も同様に端子“c”から磁束が出力される。端子“a”（または“b”）から入った磁束が端子“b”（または“a”）から出力されることはない。端子“c”から磁束が入った場合は、 J_{A2} と J_{B2} が常伝導状態に遷移し、それぞれが抵抗として動作する。そのため、 J_{A1} と J_{B1} を常伝導状態に遷移させるだけの電流がそれぞれの接合に加わらないため、端子“a”と“b”から磁束が出力されることはない。

Fig. 6 右下に circulator の回路構成を示す。この回路もまた、図中の回路シンボル (circulator) の矢印の方向にのみ磁束を伝える回路であり、三つのジョセフソン接合 (J_1 - J_3) と定電流源 I_{bias} により構成される。端子“a”から磁束が入った時は、 J_1, J_3 のみが常伝導状態となり、磁束が端子“b”のみから出力される（“c”からは出力されない）。また、端子“b”から磁束が入った時は、 J_1 と J_2 のみが常伝導状態となり、磁束が端子“c”のみから出力される（“a”からは出力されない）。

Fig. 6 左上に、上述した circulator と splitter を組み合わせた排他的論理和の回路を示す。 S_{i-1}, S_{i+1} が入力ノード、 $S_{i-1} \oplus S_{i+1}$ が出力ノードである。 S_{i-1} のみから磁束が入った場合、磁束はまず circulator1 を通り超電導ルー

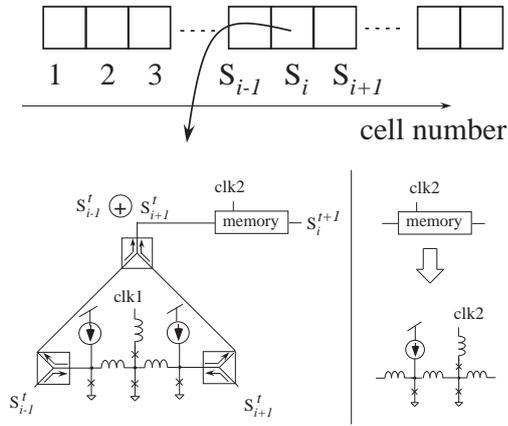


Fig. 8 SFQ cell circuit for Wolfram's rule 90

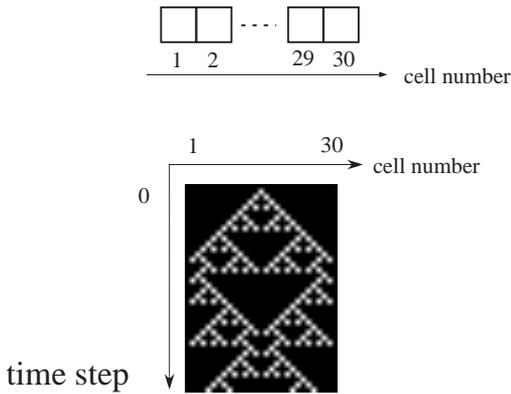


Fig. 9 Simulation results of SFQ CA (rule 90)

プ L_A に保持される。その後、メモリ回路が $clk2$ を受けると、保持された磁束は circulator1 を通り、splitter を介して出力ノードへ運ばれる。 S_{i+1} のみから磁束が入った場合はその反対の動作をする。一方、 S_{i-1} と S_{i+1} の両方の入力ノードから磁束量子が入った場合は、 L_A と L_B の両方に磁束量子が保持されることとなる。この場合、磁束は互いに打ち消しあうため、磁束量子は出力されない。 S_{i-1} と S_{i+1} の両方の入力ノードから磁束量子が入らなかった場合は、もちろん磁束量子は出力されない。上記の動作を真理値表にまとめたものを Fig. 6 右上に示す。すなわちこの回路は、磁束量子（出力端子の電圧パルス）の有無で、排他的論理和の演算を行う。Fig. 7 に Fig. 6 の排他的論理和の回路のシミュレーション結果を示す。横軸が時間、縦軸がノード電圧（上二段が入力電圧、最下段が出力電圧）を表わす。入力パルスの有無に対する出力パルスの有無が、排他的論理和となることを確認した。最大動作クロック周波数は 10 GHz であった。

Fig. 8 下部に排他的論理和の演算回路とメモリ回路からなる、単位セルを構成する回路を示す。この回路を Fig. 8 上部に示すように配置することで、一次元のセルオートマトンを構成した。単位回路の動作には二つのクロック信号 ($clk1, clk2$) が必要となる。 $clk1$ により排他的論理和の演算を行い、メモリ回路にその結果を書き込む。 $clk2$

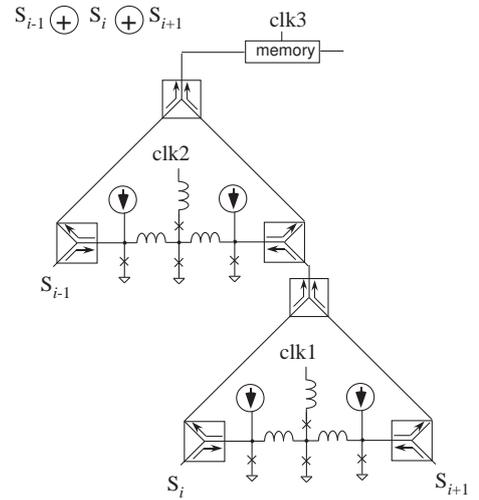


Fig. 10 SFQ cell circuit for Wolfram's rule 150

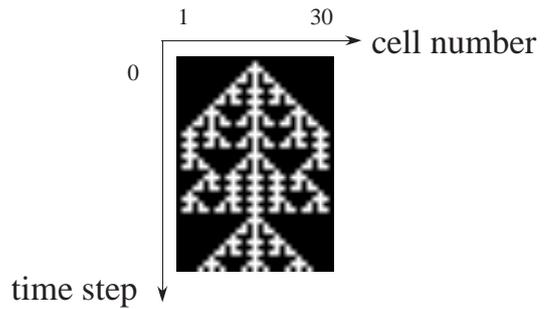


Fig. 11 Simulation results of SFQ CA (rule 150)

によりメモリ回路のビット情報が出力される。 $clk2$ をセルオートマトンの状態更新のタイミングとし、メモリ回路の磁束の有無をセルの状態として扱うことで、Fig. 8 の回路をセルオートマトンとして動作させる。

Fig. 9 に磁束量子セル回路を 30 個配置したセルオートマトンのシミュレーション結果を示す。横軸がセル番号、縦軸が時間ステップ、白黒のパターンがセル状態（白: 1, 黒: 0）を表わす。初期状態として、15 番のセルの状態を“1”に設定した。数値計算と同じ Wolfram のルール 90 のパターンが確認できた。セル状態は、10 GHz のクロック ($clk2$) により更新できた。つまり、既存の CMOS セルオートマトンデバイスと比較して、一桁高い周波数での動作が可能である。

同様に、Wolfram のルール 150 を実装するセルオートマトンを構成した。このルールは、

$$S_i^{t+1} = S_{i-1}^t \oplus S_i^t \oplus S_{i+1}^t \quad (2)$$

で与えられる。このルールを実装する単位回路を Fig. 10 に示す。ルール 90 の回路と同様に、 $clk1, clk2$ でメモリ回路に排他的論理演算の結果が書き込まれ、 $clk3$ でメモリ回路のビット情報が出力される。ルール 90 の場合と同様、30 個のセル回路を用いて一次元セルオートマトンのシミュレーションを行った。初期状態として、15 番のセルのメモリを“1”に設定した。その結果を Fig. 11 に示す。数値計算と同じ結果が得られ、正しい動作が確認できた。

4. 磁束量子回路による反応拡散システム

反応拡散コンピュータは、ある種の化学反応系特有の非線形現象を計算に応用した新概念コンピュータである [4]。これまで、化学反応が空間を伝搬する特性（興奮波）を利用した画像処理や論理演算、ロボット制御などの応用が示されている。この興奮波は、通常の波と同じく空間を伝搬するものであるが、障壁や他の興奮波と衝突したときに消滅する、という特異な性質を持つ。

4.1 興奮波の伝播・消失

Fig. 4 に示したように、ジョセフソン接合を利用した伝送線上で磁束が衝突するとその磁束が消滅する。よって、磁束の伝搬を反応拡散系の興奮波の伝搬とみなせば、反応拡散コンピュータの演算アルゴリズムを磁束量子回路に適用できる。Fig. 4 の伝送線を二次元に拡張することで、その応用範囲はさらに広がりそうである。そこでまず、二次元の伝送媒体（デバイス）を設計してその振る舞いを調べた。片側の端子を接地した 100×100 のジョセフソン接合 ($I_c = 0.13 \text{ mA}$) を格子状に配置し、非接地側の端子 ($n_{i,j}$) と、再近傍のジョセフソン接合の非接地側の端子 ($n_{i-1,j}, n_{i+1,j}, n_{i,j-1}, n_{i,j+1}$) をインダクタ ($L = 8 \text{ pH}$) で結合した。また、全ての $n_{i,j}$ に定電流 (0.1 mA) を与えた。このデバイスのシミュレーション結果を図 12, 13 に示す。二次元デバイスの左上の一箇所トリガー電流を与えた場合の各節点 ($n_{i,j}$) の電圧（黒: 0 V , 白: 0.6 mV) の変化を Fig. 12 に示す。図中の白で示した箇所に磁束量子が存在する。このように、磁束が二次元空間を伝搬することが確認できた。一つのノードはおよそ $2 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m}$ で製造可能であることから、磁束は 10^6 m/s 程度の速度でデバイス上を伝搬することになる。この伝搬速度は、反応拡散系の興奮波の伝搬速度（BZ 反応で、典型的には $5 \sim 6 \text{ mm/min}$ ）とは比較にならないほど速い。二次元デバイスの左上と右下の二箇所にトリガー電流を与えて、磁束の衝突実験を行った結果を Fig. 13 に示す。予想通り、磁束が衝突した箇所で消滅した。以上より、この二次元デバイスは、反応拡散系の興奮波の特性を生かした演算アルゴリズムを超高速に実行できると思われる。

4.2 ボロノイ図

ボロノイ図とは、ある距離空間上の任意の位置に配置された複数個の点（母点）に対して、同一距離空間上の他の点がどの母点に近いかによって領域分けされた図のことである。ボロノイ図の例を Fig. 14 に示す。興奮波が伝搬する反応拡散系を用いることで、与えられた母点から、Fig. 14 の例に示されるような境界線を計算できる。具体的には、ボロノイ図の母点を反応拡散系に投影し、母点の部分にトリガーを与えて興奮波を発生させる。興奮波は等速度で母点の外側へ向かって伝搬するため、興奮波が衝突した場所が Fig. 14 の境界線に相当することになる。ある種の反応拡散系では、興奮波は（反応により生ずる）沈殿物を残しながら空間を伝搬する。興奮波が衝突した箇所では、より多くの沈殿物が残るため、境界線を区別できる [7]。

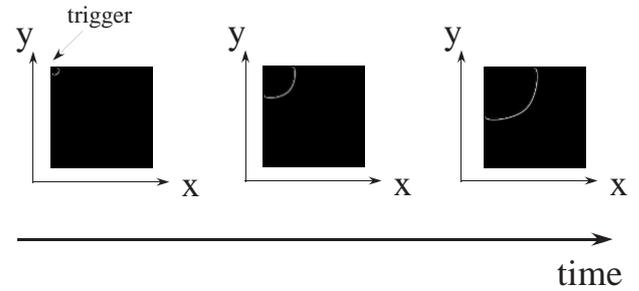


Fig. 12 Propagation of SFQs on 2D transmission media

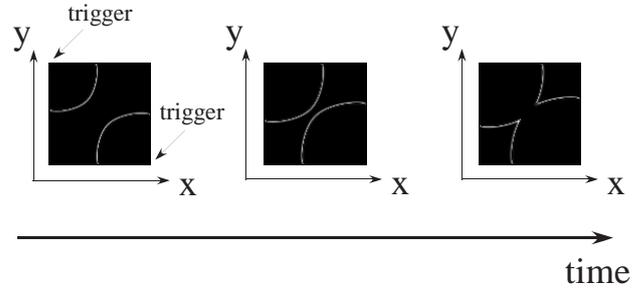


Fig. 13 Propagation, collision and disappearance of SFQs on 2D transmission media

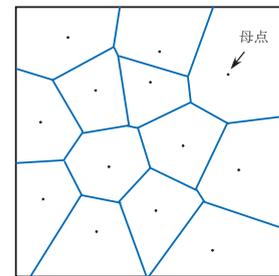


Fig. 14 Voronoi diagram

前述の二次元デバイスを利用し、ボロノイ図を計算するデバイスを設計した。Fig. 15 上部にその構造を示す。提案デバイスは二層（上層と下層）構造を持つ。上層は、Fig. 12, 13 で用いた二次元デバイスと同じものである。下層は、Fig. 5 に示すメモリ回路を格子状に配置したものである。上層と下層を、Fig. 15 下部に示すような回路で接続する。上層で磁束量子が衝突すると、その衝突ノードから下層のメモリ回路のビット情報を“1”に書き換えるのに十分な電流が発生する（メモリの初期ビットは“0”とする）。そのため、ビットが“1”となるノードが空間を広がり、ボロノイ図が描かれる。

Fig. 16 にボロノイ図を計算するデバイスのシミュレーション結果を示す（パターンの白と黒がその位置における磁束の有無を表す）。上層を伝搬する磁束の“波”が衝突したとき、その衝突箇所に相当する下層のメモリ回路に磁束が保持されていく様子を確認できた。平衡状態

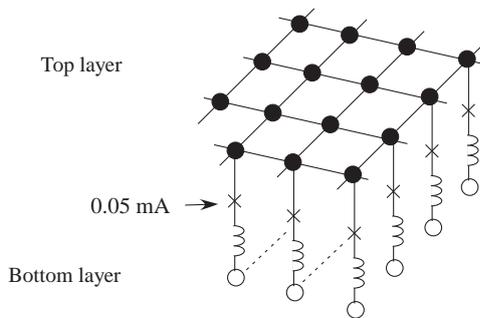
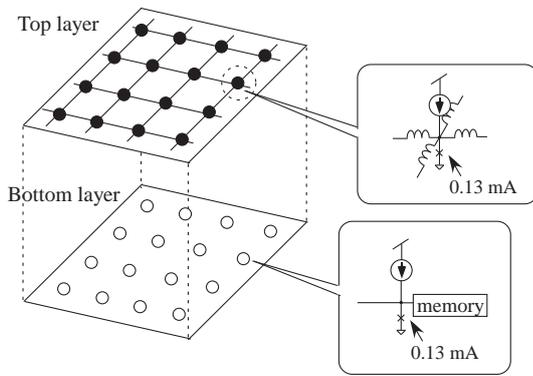


Fig. 15 SFQ RD device for computation of Voronoi diagram

において、このデバイスの下層のビット情報が“1”であるメモリ回路が、三つのトリガー（母点）を与えた際のボロノイ図を描くことを確認した。

5. まとめ

ジョセフソン接合を用いた単一磁束量子デジタルセルオートマトンとアナログ反応拡散デバイスを提案した。

Wolfram のルール 90 と 150 を例として一次元セルオートマトン回路を構成し、その基本動作を確認した。最大動作周波数は 10 GHz であった。この周波数は実装するセルの数に依存しないことから、提案手法に基づいて有用なルールを実装することで、高度な情報処理を高速に行う単一磁束量子回路が設計可能となる。

また、ジョセフソン接合を用いた伝送線を二次元に拡張した“反応拡散メディア”を設計し、その振る舞いを調べた。その結果、一般的な反応拡散系と同等の性質を持つ磁束の“波”（空間を伝搬し、障壁や他の磁束の波と衝突したときに消滅する性質を持つ波）が提案メディア上で確認できた。一つのノードを $2\ \mu\text{m} \times 2\ \mu\text{m}$ で製造した場合、磁束は $10^6\ \text{m/s}$ の速度でデバイス上を伝搬する。この伝搬速度は、反応拡散系の興奮波の伝搬速度（BZ 反応で、典型的には $5\sim 6\ \text{mm/min}$ ）とは比較にならないほど速い。最後に、反応拡散コンピューティングの例として、ボロノイ図の計算デバイスを設計し、シミュレーションによりその動作を確認した。

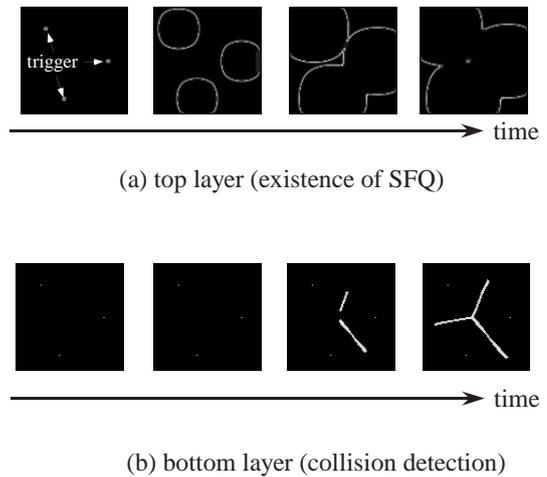


Fig. 16 Simulation results. (a) top layer (existence of SFQ), (b) bottom layer (collision detection)

参考文献

- [1] T. Asai, K. Yamada, Y. Amemiya: Single-flux quantum logic circuits exploiting collision-based fusion gates, *Physica C*, 468, 15-20, 1983/1986, 2008
- [2] K. K. Likharev, V. K. Semenov: A New Josephson-Junction Technology for Sub-Terahertz-Clock-Frequency Digital Systems, *IEEE Trans. Appl. Superconductivity*, 1, 1, 3/28, 1991
- [3] S. Wolfram: Cellular automata and complexity – corrected papers, 115/158, Addison-Wesley, 1994
- [4] A. Adamatzky, B. De Lacy Costello, T. Asai: Reaction-Diffusion Computers, 2/25, Elsevier, 2005
- [5] 川邊潮, 樽谷良信, 塚田捷, 原田豊: 超電導エレクトロニクス, 39/94, 丸善, 1995
- [6] 富澤治: VLSI用コンピュータアーキテクチャ, 58/69, 昭晃堂, 1989
- [7] T. Asai, B. De Lacy Costello, A. Adamatzky: Silicon implementation of a chemical reaction-diffusion processor for computation of Voronoi diagram, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 15, 10, 3307/3320, 2005